

Многочастичные формфакторы в интегрируемых теориях

Птичников Денис Вячеславович
студент

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
физический факультет

Летняя Школа Фонда «БАЗИС» - 2026

Двумерная скалярная теория поля

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{m^2}{g^2}(1 - \cosh(g\varphi)) \right]$$

- g — константа связи теории.
- Простейший пример интегрируемой теории поля.
- Интегрируемость $\Rightarrow$ бесконечное число законов сохранения
 $\Rightarrow$ факторизация процессов рассеяния.

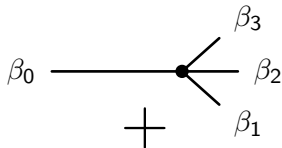
Формфакторы полей

Формфактор базового поля φ

$$F_N(\beta_1, \dots, \beta_N) = \langle 0 | \varphi(0) | \beta_1, \dots, \beta_N \rangle$$

Процесс $1 \rightarrow 3$

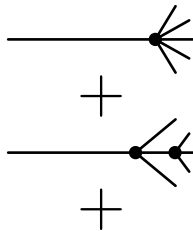
$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow 3} \propto F_3(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$$



Петлевые поправки

Процесс $1 \rightarrow 5$

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow 5} \propto F_5(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)$$



Петлевые поправки

Задача

Как выделить многочастичные амплитуды из форм-факторов?

Структура многочастичного решения (Анзац)

- Решение уравнений Ватсона имеет вид:

Анзац для F_N

$$F_N = H_N \left(\prod_{i < j}^N \frac{F_{\min}(\beta_{ij})}{x_i + x_j} \right) Q_N(x_1, \dots, x_N)$$

$x_i = e^{\beta_i}$ — $\uparrow$

Симметричный полином

Нормировочная константа

$$H_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{4 \sin(\pi B/2)}{F_{\min}(i\pi)} \right)^{\frac{N-1}{2}}$$

Элементарные симметричные полиномы $\sigma_k(x_1, \dots, x_N)$

- $\sigma_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_N$
- $\sigma_2 = \sum_{i < j}^N x_i x_j = x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots$

Пертурбативное разложение

Древесный формфактор

$$F_N^{(tree)} = (N-1)! 2^{\frac{2-3N}{2}} \pi^{\frac{N-1}{2}} B^{\frac{N-1}{2}}$$

Двупетлевой формфактор

$$F_N^{(2-loop)} = F_N^{(tree)} \prod_{i < j} (F_{soft}(B, \beta_{ij})) \left[1 + B \left(\frac{N^2 - 1}{4} \right) + B^2 \left(\frac{N^4}{32} + \dots \right) \right]$$

Экспоненцированный формфактор

$$\frac{F_N}{F_N^{(tree)} \prod_{i < j} F_{soft}(B, \beta_{ij})} = \exp \left(\sum_{i \geq 0} B^{i-1} F_i(x) \right) = \exp \left(\frac{F_0(x)}{B} + F_1(x) + B F_2(x) + \dots \right)$$
$$x = BN, \quad F_0(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{2x}{\pi} \int_0^1 \operatorname{arccosh} \frac{1}{u} \ln \frac{\sinh(xu/4)}{xu/4} du, \quad F_1(x) = \frac{\pi^2 - 3}{192} x^2$$

Асимптотическое поведение

- Как видно вычисления демонстрируют результат:

$$A_{1 \rightarrow N} \sim N! B^{\frac{N-1}{2}}$$

- Петлевые поправки в пределе больших N (как видно из разложения) имеют структуру : $\sim (BN^2)^k$.
- При $\beta \rightarrow 0$ появляется сильная связь за счёт коллинеарных расходимостей
- Что полностью согласуется с уже известными вычислениями в других скалярных теориях Voloshin '91

Нарушение пертурбативности

При $BN^2 > 1$ ряд теории возмущений быстро расходится и для вычисления амплитуд требуются непертурбативные квазиклассические методы (метод Ландау).

Спасибо за внимание!