

Многочастичное рождение в теории $\lambda\phi^4$

arXiv:2212.03268 [hep-ph]

С.В. Демидов, Б.Р. Фархтдинов^{1,2}, Д.Г. Левков



¹ Институт ядерных исследований РАН, Москва 117312, Россия

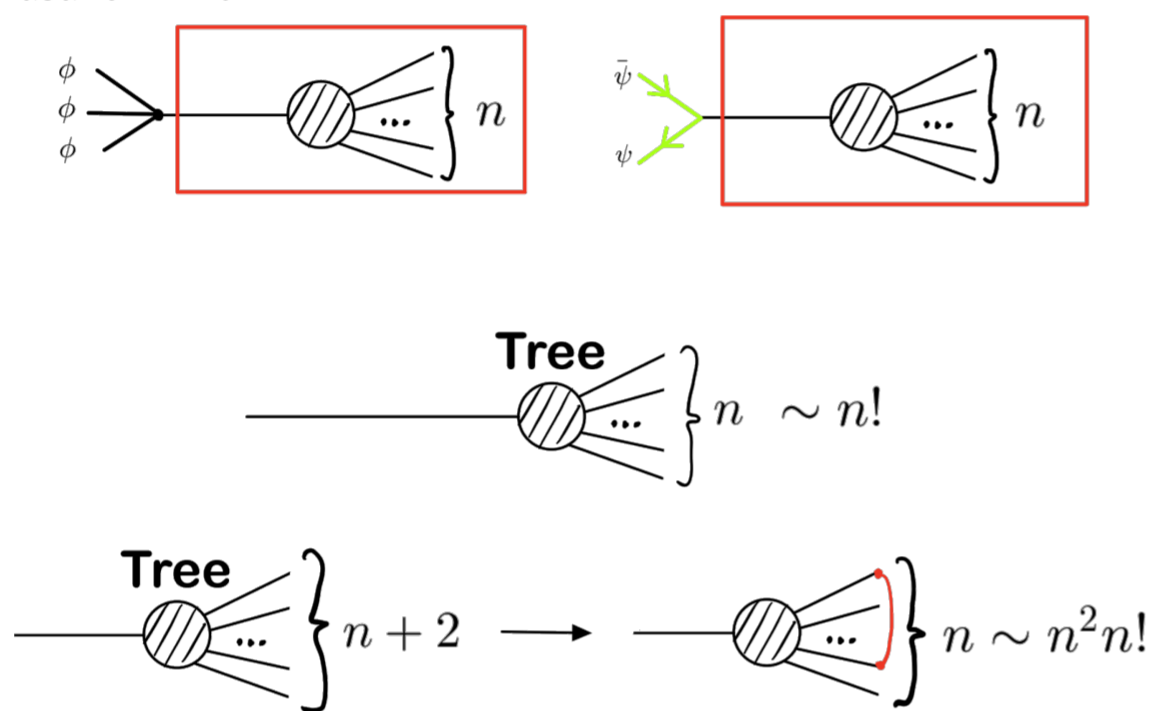
² Московский физико-технический институт, Долгопрудный 141700, Россия

Предмет исследования

Амплитуды переходов между состояниями с малым числом частиц в теориях со слабой связью хорошо описываются теорией возмущений, однако увеличение числа диаграмм, дающих вклад в процесс может сделать пертурбативные результаты недостоверными, если число частиц n в конечном состоянии превосходит обратную константу связи λ^{-1} теории. К примеру, в теории, описываемой действием

$$S = (2\lambda)^{-1} \int d^4x [(\partial\phi)^2 - m^2\phi^2 - \phi^4/2], \quad (1)$$

древесные амплитуды процессов $1 \rightarrow n$ пропорциональны $n!$ и петлевые поправки только добавляют степени n . Этот эффект можно оценить, подсчитав число диаграмм, дающих вклад в процесс, которое равно $n!$ на древесном уровне и умножается на дополнительные степени n для петель, как показано ниже.



В дальнейшем было обнаружено [1], что ряд теории возмущений можно частично просуммировать и получить экспоненту, которая зависит только от комбинации λn . Поэтому было предположено, что инклюзивная вероятность $P_{\text{few} \rightarrow n}(E)$ рождения $n \sim \lambda^{-1} \gg 1$ скалярных частиц с полной энергией E из малочастичного начального состояния $\hat{O}|0\rangle$ имеет вид [1],

$$P_{\text{few} \rightarrow n}(E) \equiv \sum_f |\langle f; E, n | \hat{S} \hat{O} | 0 \rangle|^2 \sim e^{F(\lambda n, \varepsilon)/\lambda}, \quad (2)$$

где сумма идёт по всем состояниям с заданными n и E , а \hat{S} — это S-матрица. Экспонента F предполагается универсальной [2], т.е. не зависящей от оператора \hat{O} , если он рождает $\ll \lambda^{-1}$ частиц из вакуума. В этом случае F будет зависеть от двух переменных: λn и $\varepsilon \equiv E/n - m$.

В нашем исследовании экспонента F вычислялась квазиклассически при $n \gtrsim \lambda^{-1}$.

Квазиклассический метод

Мы используем квазиклассический метод Д.Т. Шона [3]. Он применим при $n \gg 1$ и $\lambda \ll 1$ и основан на универсальности экспоненты из (2).

- Мы используем $\hat{O} = \exp \left\{ -\lambda^{-1} \int d^3x J(\mathbf{x}) \hat{\phi}(0, \mathbf{x}) \right\}$, который определяется классическим источником $J(\mathbf{x})$, рождающим малое число частиц при $J \ll O(\lambda^0)$.
- При конечном значении J , вероятность (2) записывается в виде интеграла по путям, который аппроксимируется методом перевала (седловым).
- Искомые седловые конфигурации ϕ_{cl} удовлетворяют

$$\square\phi_{\text{cl}} + m^2\phi_{\text{cl}} + \phi_{\text{cl}}^3 = iJ(\mathbf{x})\delta(t) \quad (3)$$

и граничным условиям при $t \rightarrow \pm\infty$, которые зависят от ε и λn .

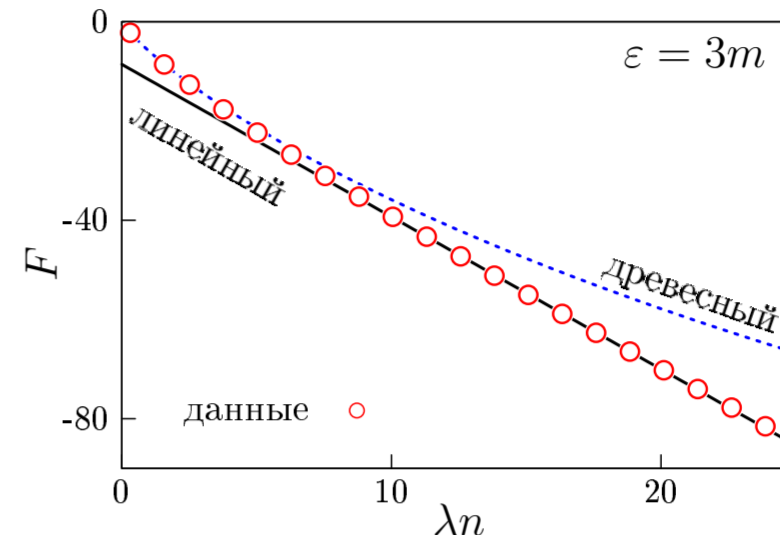
- Мы численно получаем $F(\lambda n, \varepsilon) = \lim_{J \rightarrow 0} F_J(\lambda n, \varepsilon)$, где F_J — это функционал, вычисленный на ϕ_{cl} при конечном J .

Список литературы

- [1] M. V. Libanov, V. A. Rubakov, D. T. Son and S. V. Troitsky, Phys. Rev. D **50** (1994), 7553-7569 doi:10.1103/PhysRevD.50.7553 [arXiv:hep-ph/9407381 [hep-ph]].
- [2] M. V. Libanov, D. T. Son and S. V. Troitsky, Phys. Rev. D **52** (1995), 3679-3687 doi:10.1103/PhysRevD.52.3679 [arXiv:hep-ph/9503412 [hep-ph]].
- [3] D. T. Son, Nucl. Phys. B **477** (1996), 378-406 doi:10.1016/0550-3213(96)00386-0 [arXiv:hep-ph/9505338 [hep-ph]].

Основные результаты

Пример полученной нами $F(\lambda n, \varepsilon)$ при $\varepsilon = 3m$ изображён ниже при помощи кругов.

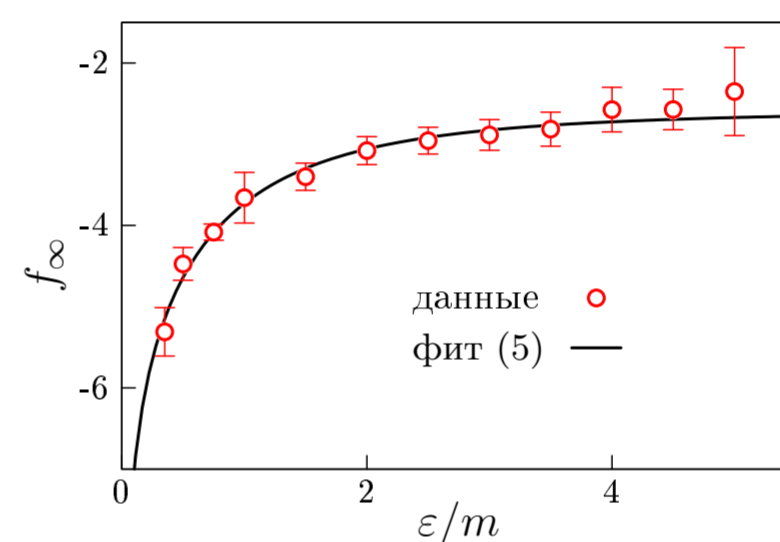


F монотонно убывает с ростом λn . При $\lambda n \ll 1$ она совпадает со вкладом от древесных диаграмм (пунктирная линия). В пределе $\lambda n \gg 1$ полученные численные данные хорошо описываются линейной функцией (сплошная линия):

$$F \rightarrow \lambda n f_\infty(\varepsilon) + g_\infty(\varepsilon) \quad \text{при} \quad \lambda n \rightarrow +\infty, \quad (4)$$

где оба параметра f_∞ и g_∞ отрицательны. Данные при других ε ведут себя качественно так же, однако f_∞ и g_∞ зависят от ε .

На графике ниже



изображён наклон f_∞ , как функция от ε . Численные данные интерполируются следующей функцией (сплошная линия)

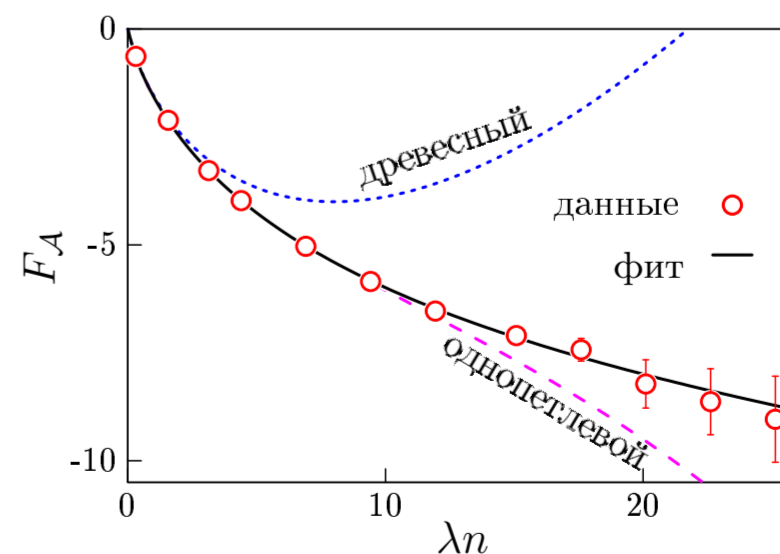
$$f_\infty(\varepsilon) \approx -\frac{3}{4} \ln [(d_1 m/\varepsilon)^2 + d_2]. \quad (5)$$

Минимальный наклон $f_\infty \rightarrow -2.57 \pm 0.06$ достигается в пределе $\varepsilon/m \rightarrow +\infty$.

Вероятность (2) также можно использовать для вычисления амплитуды \mathcal{A}_n рождения n частиц на массовом пороге. Она определяется отношением вероятности к n -частичному фазовому объёму $\mathcal{V}_n(\varepsilon)/n!$ при $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$|\mathcal{A}_n|^2 \sim \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{n!}{\mathcal{V}_n} e^{F/\lambda} \sim n! e^{2F_A(\lambda n)/\lambda}. \quad (6)$$

Экстраполируя численные данные к $\varepsilon = 0$, мы получаем экспоненту $F_A(\lambda n)$, которая показана кругами с планками погрешностей на рисунке ниже.



При малых λn полученные данные близки к древесной (пунктирная линия) и однопетлевой (штрихованная линия) экспонентам. Фитирующая функция (сплошная линия) интерполирует между поведением при малом λn и линейной асимптотикой при большом λn .

В итоге, наши результаты демонстрируют экспоненциальное подавление вероятностей многочастичного рождения при $n \gg 1$ и произвольном ε в ненарушенной теории $\lambda\phi^4$. Метод может быть применён к другим теориям.

