



# Генерация второй гармоники за счёт пространственной структуры излучения

А. А. Гуняга, М. В. Дурнев, С. А. Тарасенко

ФТИ им. А. Ф. Иоффе

## Мотивация

Эффекты генерации второй гармоники требуют отсутствия центра инверсии в системе.

На данный момент изучено много различных механизмов генерации второй гармоники, в которых отсутствие центра инверсии обеспечивается самой кристаллической решёткой или, например, постоянным электрическим током [1], волновым вектором наклонно падающего излучения [2] или наличием края у образца [3]. Также генерация второй гармоники может возникать в скрученных ван-дер-ваальсовых гетероструктурах [4].

Естественно предполагать, что нарушение симметрии в системе за счёт пространственной неоднородности (структурированности) самого падающего излучения тоже может привести к генерации второй гармоники.

Недавно была решена задача о генерации постоянного тока за счёт структуры падающего излучения [5]. Во втором порядке по полю может появиться только постоянный ток и вторая гармоника, поэтому задача о генерации второй гармоники дополнит описание квадратичного отклика двумерных электронных газов на структурированное излучение.

## Постановка задачи

Двумерный электронный газ освещается структурированным излучением на частоте  $\omega$

ДЭГ взаимодействует с  $(\mathbf{r} = (x, y))$

• электрическим полем, лежащим в плоскости образца:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) \parallel (xy)$$

• компонентой магнитного поля  $\perp$  плоскости образца:

$$B_z(\mathbf{r}, t) = B_z(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

$$B_z(\mathbf{r}) = -i(c/\omega)(\partial_x E_y(\mathbf{r}) - \partial_y E_x(\mathbf{r}))$$

В образце наводится ток

$$\mathbf{j}_{2\omega}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}_{2\omega}(\mathbf{r})e^{-2i\omega t} + \text{c.c.}$$

Ставится задача расчёта плотности электрического тока  $\mathbf{j}_{2\omega}(\mathbf{r})$ , осциллирующего на частоте  $2\omega$ , и излучаемого этим током электрического поля  $\mathbf{E}_{2\omega}$

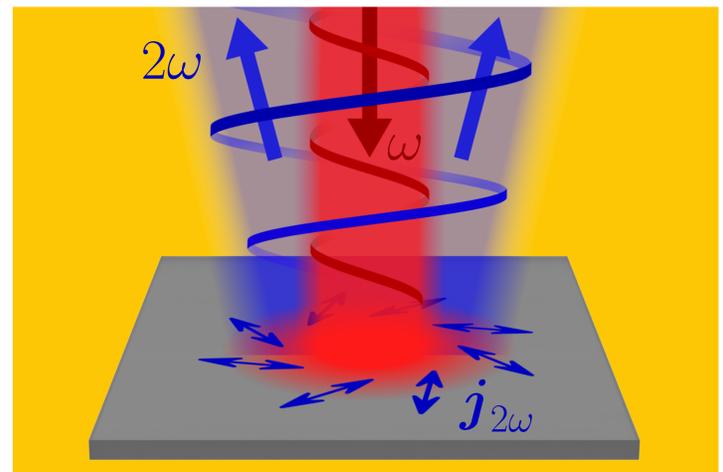


Рис. 1. Генерация второй гармоники за счёт пространственной структуры излучения. Неоднородное электрическое поле закрученной электромагнитной волны, осциллирующее на частоте  $\omega$ , генерирует в двумерном электронном газе переменный ток на удвоенной частоте  $\mathbf{j}_{2\omega}$ , который, в свою очередь, излучает закрученную волну удвоенной частоты  $2\omega$ .

## Решение. Кинетическое уравнение. Теория возмущений

Для расчёта искомого тока вводится фазовая плотность электронов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . Она удовлетворяет уравнению Больцмана, описывающему кинетику свободных носителей заряда в присутствии неоднородного электромагнитного поля с частотой  $\omega \ll E_g/\hbar$ :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + e \left[ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{f - \langle f \rangle}{\tau}$$

Функция распределения  $f$  раскладывается в ряд теории возмущений по степеням амплитуды падающего поля до второго порядка:

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f_0 + [f_1(\mathbf{p}, \mathbf{r})e^{-i\omega t} + \text{c.c.}] + [f_2(\mathbf{p}, \mathbf{r})e^{-2i\omega t} + \text{c.c.}] \quad \begin{aligned} f_1 &\propto E \\ f_2 &\propto EE, EB \end{aligned}$$

Подстановка этого разложения в уравнение Больцмана приводит к уравнениям на поправки  $f_1$  и  $f_2$ . Искомый ток на удвоенной частоте выражается через  $f_2$  следующим образом:

$$\mathbf{j}_{2\omega}(\mathbf{r}) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v} f_2(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \quad (\text{аналог формулы } \mathbf{j} = ne \langle \mathbf{v} \rangle)$$

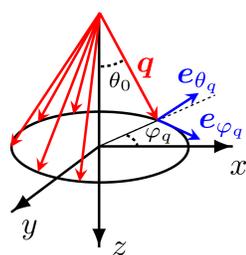
## Финальное выражение для плотности тока

$$\mathbf{j}_{2\omega} = \frac{-ie\sigma_0\tau}{m^*\omega(1-i\omega\tau)(1-2i\omega\tau)^2} \left[ (1-i\omega\tau)\nabla(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) - (\mathbf{E} \cdot \nabla)\mathbf{E} + (1-4i\omega\tau)\mathbf{E}(\nabla \cdot \mathbf{E}) \right]$$

## Генерация второй гармоники закрученным светом

Бесселева волна — простейший пример закрученного света. Она представляет собой совокупность запаздывающих относительно друг друга плоских волн с волновыми векторами, направленными по конусу (см. рис. справа)

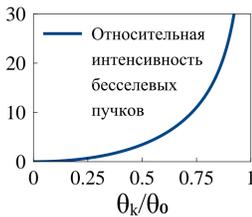
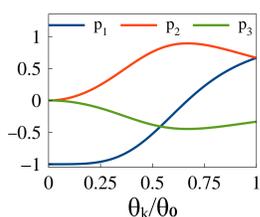
$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}, z) = \sum_{q_\parallel} \mathbf{a}(q_\parallel) e^{iq_\parallel \mathbf{r} + iq_z z}$$
$$\mathbf{a}(q_\parallel) \propto \delta(q_\parallel - q_0) (\alpha \mathbf{e}_{\theta_q} + \beta \mathbf{e}_{\varphi_q}) e^{im\varphi_q}$$



Переизлучённый пучок на удвоенной частоте:

$$\mathbf{E}_{2\omega} = \sum_{q_\parallel} \mathbf{b}(q_\parallel) e^{iq_\parallel \mathbf{r} + i((2\omega/c)^2 - q_\parallel^2)^{1/2} |z|} \quad \mathbf{b}(q_\parallel) \propto \frac{\theta(2q_0 - q_\parallel)}{\sqrt{(2q_0)^2 - q_\parallel^2}} [\alpha_{2\omega}(q_\parallel) \mathbf{e}_{\theta_q} + \beta_{2\omega}(q_\parallel) \mathbf{e}_{\varphi_q}] e^{2im\varphi_q}$$

- Произошло удвоение проекции полного момента  $m$
- Переизлучённый пучок представляет собой суперпозицию бесселевых волн

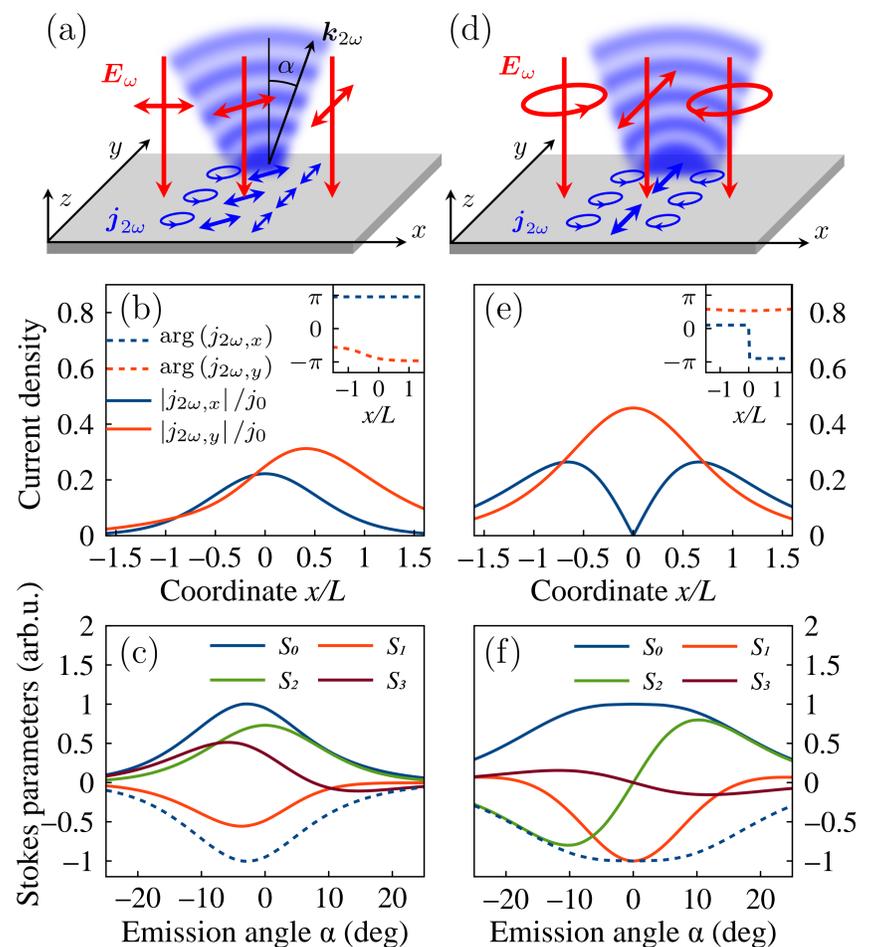


## Пример: поляризация меняется в одном направлении

В этом разделе численно рассчитан ток и его излучение на удвоенной частоте, вызванные падающим пучком с неоднородной в одном направлении поляризацией.

- На панели (а) схематично зарисована генерация второй гармоники излучением, линейно поляризованным вдоль оси  $x$  при  $x < 0$  и линейно поляризованным вдоль оси  $y$  при  $x > 0$ . В области  $x \approx 0$  происходит плавный поворот направления поляризации;
- Панель (b) описывает пространственную зависимость тока на двойной частоте, генерируемого таким излучением;
- На панели (c) отражена угловая зависимость интенсивности и поляризации излучения на двойной частоте, вызванного этим током.

Панели (d), (e) и (f) имеют тот же смысл для ситуации, когда при  $x < 0$  поле имеет левую циркулярную поляризацию, при  $x > 0$  — правую циркулярную, а посередине переключается, проходя через линейную поляризацию вдоль оси  $y$ .



## Литература

- [1] J. B. Khurgin, **Current induced second harmonic generation in semiconductors**, Applied Physics Letters **67**, 1113–1115 (1995).
- [2] M. Glazov and S. Ganichev, **High frequency electric field induced nonlinear effects in graphene**, Physics Reports **535**, 101–138 (2014).
- [3] M. V. Durnev and S. A. Tarasenko, **Second harmonic generation at the edge of a two-dimensional electron gas**, Physical Review B **106** (2022).
- [4] W.-T. Hsu, Z.-A. Zhao, L.-J. Li, C.-H. Chen, M.-H. Chiu, P.-S. Chang, Y.-C. Chou, and W.-H. Chang, **Second harmonic generation from artificially stacked transition metal dichalcogenide twisted bilayers**, ACS Nano **8**, 2951–2958 (2014).
- [5] A. A. Gunyaga, M. V. Durnev, and S. A. Tarasenko, **Photocurrents induced by structured light**, Physical Review B **108** (2023).

## Этот постер:

