

Реконструкция спектра мощности скалярных возмущений из гравитационно-волнового сигнала

Даниил Фроловский
frolovskydaniel@gmail.com



Аннотация

Предложен новый метод анализа связи между плотностью энергии индуцированных гравитационных волн и спектром мощности первичных возмущений, обеспечивающий реконструкцию спектра мощности в различных сценариях формирования первичных черных дыр. Предложен подход к восстановлению потенциала поля инфлатона из спектра первичных возмущений, что позволяет произвести последовательную реконструкцию:

Гравитационный сигнал
 $\Omega_{GW}(k)$

Спектр мощности скалярных возмущений
 $\mathcal{P}_\zeta(k)$

Потенциал поля инфлатона
 $V(\phi)$

Реконструкция спектра

Источником гравитационного излучения является коллапс скалярных возмущений в ранней Вселенной, ответственный также за формирование первичных черных дыр.

Спектр индуцированных гравитационных волн:

$$\Omega_{GW}(k) = \frac{\Omega_{r,0}}{32} \int_0^\infty dv \int_{|1-v|}^{1+v} du \frac{T(u,v)}{u^2 v^2} P_\zeta(vk) P_\zeta(uk),$$

$$T(u,v) = \frac{1}{4} \left[\frac{4v^2 - (1+v^2 - u^2)^2}{4uv} \right]^2 \left(\frac{u^2 + v^2 - 3}{2uv} \right)^4 \times$$

$$\times \left[\left(\ln \left| \frac{3 - (u+v)^2}{3 - (u-v)^2} \right| - \frac{4uv}{u^2 + v^2 - 3} \right)^2 + \pi^2 \Theta(u+v-\sqrt{3}) \right],$$

где $\Omega_{r,0}$ – современное значение плотности энергии излучения, P_ζ – спектр мощности скалярных возмущений.

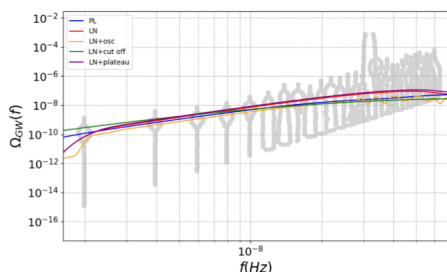
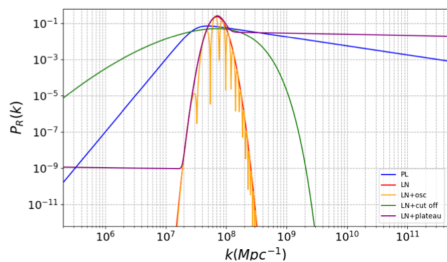
- Набор данных $\Omega_{GW}^{\text{exp}}(k) = \{w_1^{\text{exp}}, \dots, w_n^{\text{exp}}\}$ разбивается на n волновых чисел k .
- Для различных спектров мощности $\mathcal{P}_\xi^{\text{th}}(a; k)$, определяемых наборами параметров a , вычисляются значения $w_i^{\text{th}}(a)$.
- Происходит минимизация по вектору параметров a :

$$\chi^2(a) = \sum_{i=1}^n \frac{[w_i^{\text{exp}} - w_i^{\text{th}}(a)]^2}{\sigma_i^2},$$

где σ_i – соответствующая ошибка для w_i^{exp} .

В качестве $\mathcal{P}_\xi^{\text{th}}$ рассматриваются лог-нормальный спектр (LN) и его вариации, а также ломанный степенной закон (PL),

$$\mathcal{P}_{\text{LN}} = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\Delta} \exp\left(-\frac{\ln^2(k/k_*)}{2\Delta^2}\right), \quad \mathcal{P}_{\text{PL}} = A \frac{\alpha_1 + \beta_1}{\beta_1(k/k_*)^{-\alpha_1} + \alpha_1(k/k_*)^{\beta_1}}.$$



Реконструкция потенциала

Уравнение движения для поля инфлатона с потенциалом $V(\phi)$:

$$\phi'' + 3\phi' - \frac{1}{2}(\phi')^3 + \left(3 - \frac{1}{2}(\phi')^2\right) \frac{V_{,\phi}}{V} = 0. \quad (*)$$

Параметры потока Хаббла определяются следующим образом:

$$\epsilon_{i+1} = \epsilon'_i / \epsilon_i, \quad \epsilon_0 = H^{-1}, \quad \epsilon \equiv \epsilon_1, \quad \eta \equiv \epsilon_2.$$

Спектр мощности скалярных возмущений в приближении медленного скатывания (SR):

$$\mathcal{P}_{\text{SR}} = \frac{H^2}{8\pi^2 \epsilon}.$$

Возмущение кривизны во время инфляции:

$$\zeta \equiv v_k / z, \quad z \equiv a \cdot \phi',$$

переменная v_k подчиняется уравнению Муханова-Сасаки

$$v_k'' + (1 - \epsilon) v_k' + \left[\frac{k^2}{a^2 H^2} + (1 + \eta/2)(\epsilon - \eta/2 - 2) - \eta'/2 \right] v_k = 0. \quad (**)$$

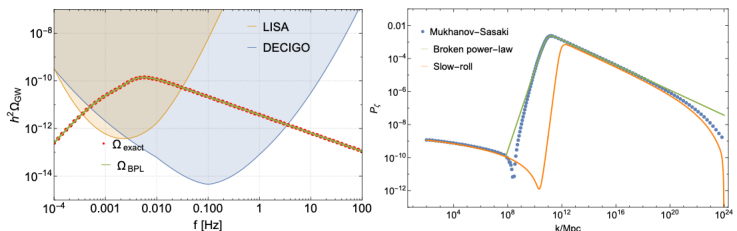
Точный спектр мощности скалярных возмущений:

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = \frac{k^3}{2\pi^2} \left| \frac{v_k}{z} \right|^2.$$

Схема реконструкции потенциала $V(\phi, \theta)$ с набором параметров θ из спектра мощности $\mathcal{P}_\zeta^{\text{rec}}$

- Построение функции $\phi_{\text{sol}}[N, \theta]$, вызывающей решение ур-я (*).
- Расчет спектра мощности в SR приближении $\mathcal{P}_{\text{SR}}[k, \theta]$.
- Нахождение области параметров θ_{in} , где $\mathcal{P}_{\text{SR}}[k, \theta_{\text{in}}]$ аппроксимирует заданный спектр $\mathcal{P}_\zeta^{\text{rec}}$.
- Построение на основе $\phi_{\text{sol}}[N, \theta]$ функции $v[k, \theta]$, вызывающей решение ур-я (**).
- Построение $\mathcal{P}_\zeta[k, \theta]$ с использованием $v[k, \theta]$, минимизация функционала

$$S(\theta) = \sum_i \left[\mathcal{P}_\zeta[k_i; \theta] - \mathcal{P}_\zeta^{\text{rec}}(k_i) \right]^2.$$



Предложенный метод реконструкции позволяет верифицировать модели инфляции, предсказывающие гравитационный сигнал, порожденный коллапсом скалярных возмущений.

Перечень публикаций:

- D. Frolovsky, S. Ketov // Phys. Rev. D 111 (2025) 083533
- D. Frolovsky, F. Kühnel, I. Stamou // Phys. Rev. D 111 (2025) 043538
- D. Frolovsky, S. Ketov // Astronomy 2 (2023) 47–57