

Физика черных дыр (лето 2023)

Задачи

1. Показать, что в выражении для координат векторных полей

$$\xi^{\alpha} A^{\mu} \equiv [A, \xi]^{\mu} = A^{\nu} \partial_{\nu} \xi^{\mu} - \xi^{\nu} \partial_{\nu} A^{\mu}$$

простые произвольные можно заменить на ковариантные.

2. Углубить векторы Киллинга (а) двумерной сферы, (б) двумерного тора. Какую алгебру они образуют?

3. Найти векторы Киллинга трехмерного пространства анти-Де Ситтера

$$ds^2 = (-dt^2 + dz^2 + dx^2)/z^2. \quad (1)$$

Подсказка. Углубить очевидные векторы, а затем воспользоваться тем, что координатный вектор Киллинга — вектор Киллинга.

4. Рассмотрим двумерное евклидово пространство де Ситтера с метрикой

$$ds^2 = (dx^2 + dz^2)/z^2. \quad (2)$$

Найти геодезическую, соединяющую точки на границе этого пространства (x_1, z_0) и (x_2, z_0) , где $z_0, z_0 \rightarrow 0$ — регуляторы. Чему равна длина геодезической? *Задача.* Эту длину можно связать с энтропией запутывания конформной теории «живущей» на границе пространства.

5. Показать, что $\delta R_{\mu\nu}$ — полный производная.

6. Сильный, но глупый супермен решил спрятаться от врагов в черной дыре. Для этого он скатал до бесконечно малого размера и прилепил в точку $r = 2M - 1$ на планковском расстоянии за горизонт. Супермен использует свой супердлинный тел, пытаясь не упасть в сингулярность, и измеряет время с помощью сигналов радио «Маяк», которые приходят к нему по светоподобным геодезическим. Через какое время он свалится в сингулярность?

7. Ракета, застрявшая в точке $r = 2M + \Delta r$ вне горизонта черной дыры, испускает сигнал SOS на частоте ω_0 . Сигнал какой частоты примет удаленный наблюдатель?

Список литературы

- [1] R.M. Wald, "General relativity", Univ. Chicago press, 1984.
- [2] Г. Лизнер, К. Торн, Дж. Уилер, «Гравитация», Мир, 1977.
- [3] E. Poisson, "A Relativist's Toolkit", Cambridge University Press, 2004.
- [4] G.W. Gibbons, S.W. Hawking, "Action integrals and partition functions in quantum gravity", Physical Review D 15, 2752 (1977).
- [5] T. Jacobson, "Introduction to quantum fields in curved space-time and the Hawking effect", arXiv:gr-qc/0308048.
- [6] A. Almheiri, T. Hartman, J. Maldacena, E. Shaghoulian and A. Tarjini, "The entropy of Hawking radiation", arXiv:2006.06872.