

# Перепутанные состояния в квантовых точках

***В.Н. Манцевич***

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова*

# План доклада

1. Введение
2. История возникновения понятия перепутанности (запутанности)
3. Квантовые точки, как объект для создания и управления перепутанными состояниями
4. Определение степени перепутанности
5. Современное состояние экспериментальных исследований перепутанных состояний. Передача перепутанных состояний в пространстве
6. Управление степенью перепутанности
7. Выводы

# Перепутанные состояния

Перепутанные состояния – один из феноменов квантовой физики

D. Loss, D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998)

G. Burkard, D. Loss, and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. B **59**, 2070 (1999)

Волновая функция перепутанного состояния квантовой системы, состоящей из нескольких подсистем, не может быть представлена в виде прямого произведения волновых функций каждой из подсистем. Подсистемы не являются независимыми.

Перепутанные состояния важны для:

- квантовой криптографии
- логических устройств
- увеличения соотношения сигнал/шум в квантовой спектроскопии

E. Knill, Nature **434**, 39 (2005)

Z. Zhao, Y.-A. Chen, A.-N. Zhang, T. Yang, H. J. Briegel, J.-W. Pan, Nature **430**, 54 (2004)

M. Hillery, V. Buzek, A. Berthiaume, Phys. Rev. A **59**, 1829 (1999)

# Терминология

**Перепутанные, запутанные, спутанные.....?**

E. Schrodinger, Die gegenwartige Situation in der Quantenmechanik, Naturwissenschaften, 23, 807 (1935). “Verschränkung”

Перевод на русский язык

Современное состояние квантовой механики, Успехи Химии **5**, 390-442 (1936)

Введен термин “перепутанные”.

## **Состояния Белла и нобелевская премия по физике 2022 года за перепутанные состояния**



Предложил математическое доказательство возможности надежной экспериментальной проверки гипотезы существования перепутанных состояний

J.C. Bell, On the Einstein Podolsky Rosen paradox, Physics 1, 195 (1964)

### ***Джон Белл (1928-1990)***

Исходные предположения:

1. Неотрицательность вероятностей
2. Локальность (измерения в удаленных точках не влияют друг на друга)
3. Существование совместных распределений вероятностей

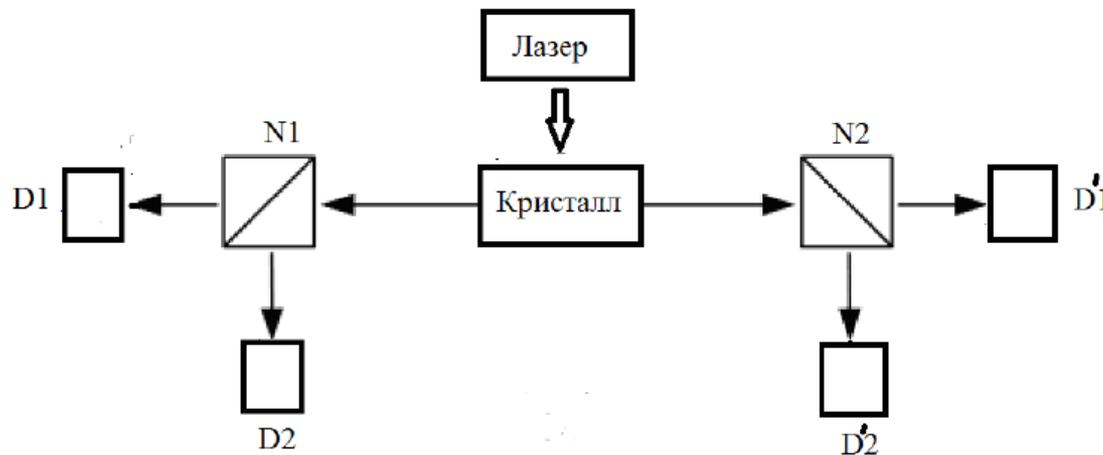
Предложения:

1. Использовать не два детектора, а четыре
2. Расположить не параллельно или ортогонально, а под произвольными углами

В неравенствах фигурирует число совпадений фотоотсчетов детекторов, измеренных при различных положениях поляризационных призм.

$$|\langle AB \rangle + \langle A'B \rangle + \langle AB' \rangle - \langle A'B' \rangle| \leq 2$$

Каждая из величин принимает значение -1 или +1, при усреднении по результатам измерений получим функцию, зависящую от угла ориентации детекторов.



Поляризационные призмы пропускают фотоны с определенной линейной поляризацией и отражают фотоны с ортогональной поляризацией.

Для неперепутанных частиц значения этой функции для любого расположения детекторов по модулю всегда меньше двух. Если частицы перепутанные, то выполнение неравенства не является гарантированным.

# Нобелевская премия по физике 2022 год



NOBELPRISET I FYSIK 2022  
THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 2022



KUNGL.  
VETENSKAPS-  
AKADEMIEN  
THE ROYAL SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES



Photo: Royal Society

**Alain Aspect**  
Université Paris-Saclay &  
École Polytechnique, France



Photo: Peter Lyons

**John F. Clauser**  
J.F. Clauser & Assoc.,  
USA



Photo: Jupp Drenthinger

**Anton Zeilinger**  
University of Vienna,  
Austria

*"för experiment med sammanflätade fotoner som påvisat brott mot Bell-olikheter och banat väg för kvantinformationsvetenskap"*

*"for experiments with entangled photons, establishing the violation of Bell inequalities and pioneering quantum information science"*

#nobelprize



За эксперименты с перепутанными фотонами, по установлению нарушения неравенств Белла и пионерские работы в области квантовой информации

## Нобелевская премия по физике 2022 год

**J.F. Clauser** выполнил первые эксперименты, в которых показал нарушение неравенств Белла.

**A. Aspect** усовершенствовал эксперименты, убирал “лазейки”, которые использовались при интерпретации экспериментов (предлагали от квантовой физики вернуться к классической и таким образом объяснить экспериментальные результаты).

Например, детектор, который регистрирует фотоны имел низкую квантовую эффективность. Лазейка предлагала следующую интерпретацию: если квантовая эффективность  $X$  процентов, то  $X$  процентов времени детектор срабатывает и неравенства нарушаются, а в остальное время он не срабатывает, не регистрирует фотоны, тогда на большем промежутке времени рассматриваем результаты эксперимента с точки зрения классической физики.

**A. Zeilinger** довел эксперименты до совершенства и полностью убрал из экспериментов все возможные “лазейки”. Занимался вопросами квантовой телепортации.

Эксперимент Белла был мысленным и не годился для экспериментальной реализации.

J.F. Clauser, M. Horne, A. Shimony, R.A. Holt, 1969, Proposed experiment to test local hidden-variable theories.

Предложили версию неравенства Белла, которая допускала экспериментальную проверку.

---

**Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories\***

Stuart J. Freedman and John F. Clauser

*Department of Physics and Lawrence Berkeley Laboratory, University of California, Berkeley, California 94720*

(Received 4 February 1972)

We have measured the linear polarization correlation of the photons emitted in an atomic cascade of calcium. It has been shown by a generalization of Bell's inequality that the existence of local hidden variables imposes restrictions on this correlation in conflict with the predictions of quantum mechanics. Our data, in agreement with quantum mechanics, violate these restrictions to high statistical accuracy, thus providing strong evidence against local hidden-variable theories.

Since quantum mechanics was first developed, there have been repeated suggestions that its statistical features possibly might be described by an underlying deterministic substructure. Such

features, then, arise because a quantum state represents a statistical ensemble of "hidden-variable states." Proofs by von Neumann and others, demonstrating the impossibility of a hid-

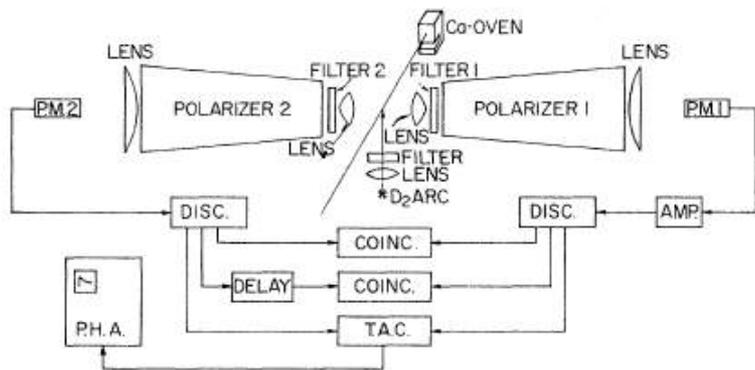


FIG. 1. Schematic diagram of apparatus and associated electronics. Scalers (not shown) monitored the outputs of the discriminators and coincidence circuits during each 100-sec count period. The contents of the scalars and the experimental configuration were recorded on paper tape and analyzed on an IBM 1620-II computer.

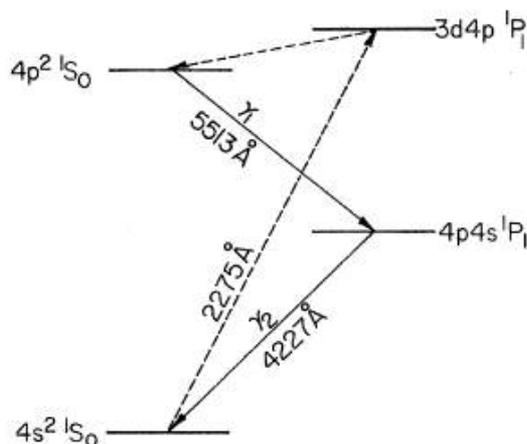


FIG. 2. Level scheme of calcium. Dashed lines show the route for excitation to the initial state  $4p^2 1S_0$ .

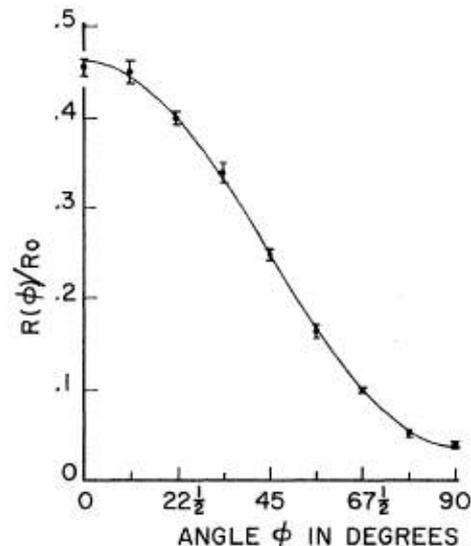


FIG. 3. Coincidence rate with angle  $\psi$  between the polarizers, divided by the rate with both polarizers removed, plotted versus the angle  $\psi$ . The solid line is the prediction by quantum mechanics, calculated using the measured efficiencies of the polarizers and solid angles of the experiment.

Число совпадений фотоотсчетов в зависимости от суммы углов поляризаторов

$$R(\varphi)/R_0 = \frac{1}{4}(\epsilon_M^1 + \epsilon_m^1)(\epsilon_M^2 + \epsilon_m^2) + \frac{1}{4}(\epsilon_M^1 - \epsilon_m^1) \times (\epsilon_M^2 - \epsilon_m^2) F_1(\theta) \cos 2\varphi, \quad (1a)$$

### Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers

Alain Aspect, Jean Dalibard,<sup>(a)</sup> and Gérard Roger  
*Institut d'Optique Théorique et Appliquée, F-91406 Orsay Cédex, France*

(Received 27 September 1982)

Correlations of linear polarizations of pairs of photons have been measured with time-varying analyzers. The analyzer in each leg of the apparatus is an acousto-optical switch followed by two linear polarizers. The switches operate at incommensurate frequencies near 50 MHz. Each analyzer amounts to a polarizer which jumps between two orientations in a time short compared with the photon transit time. The results are in good agreement with quantum mechanical predictions but violate Bell's inequalities by 5 standard deviations.

PACS numbers: 03.65.Bz, 35.80.+s

Bell's inequalities apply to any correlated measurement on two correlated systems. For instance, in the optical version of the Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*,<sup>1</sup> a source emits pairs of photons (Fig. 1). Measurements of the correlations of linear polarizations are performed on two photons belonging to the same pair. For pairs emitted in suitable states, the correlations are strong. To account for these correlations, Bell<sup>2</sup> considered theories which invoke common properties of both members of the

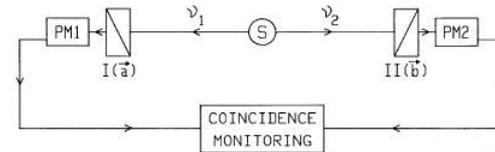


FIG. 1. Optical version of the Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*. The pair of photons  $\nu_1$  and  $\nu_2$  is analyzed by linear polarizers I and II (in orientations  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ) and photomultipliers. The coincidence rate :

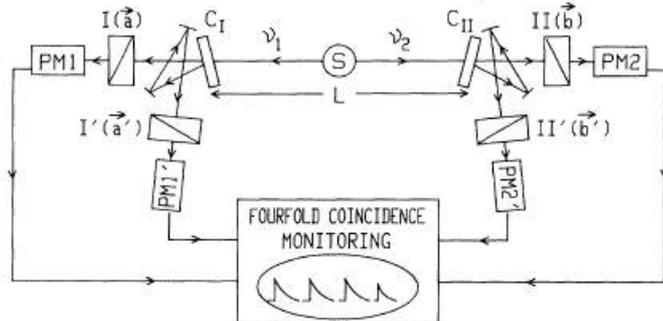


FIG. 2. Timing experiment with optical switches. Each switching device ( $C_1, C_{II}$ ) is followed by two polarizers in two different orientations. Each combination is equivalent to a polarizer switched fast between two orientations.

10 нс – скорость переключения ориентации поляризаторов, время пролета 40 нс

© 1982 The American Physical Soc

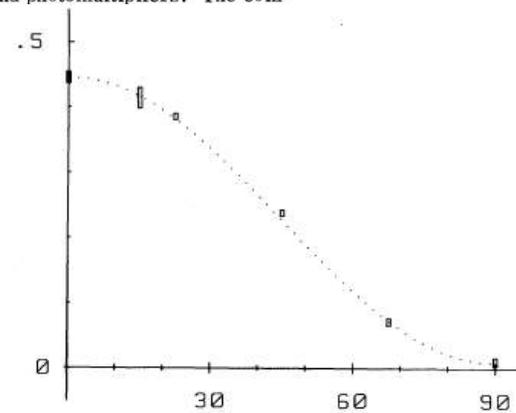


FIG. 4. Average normalized coincidence rate as a function of the relative orientation of the polarizers. Indicated errors are  $\pm 1$  standard deviation. The dashed curve is not a fit to the data but the predictions by quantum mechanics for the actual experiment.

# PHYSICAL REVIEW LETTERS

VOLUME 81

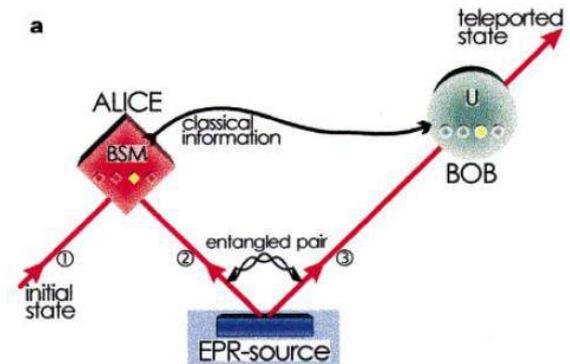
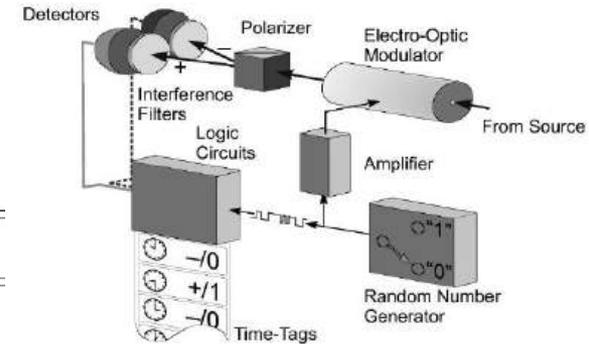
7 DECEMBER 1998

NUMBER 23

## Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions

Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger  
*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstraße 25, A-6020 Innsbruck, Austria*  
(Received 6 August 1998)

We observe strong violation of Bell's inequality in an Einstein-Podolsky-Rosen-type experiment with independent observers. Our experiment definitely implements the ideas behind the well-known work by Aspect *et al.* We for the first time fully enforce the condition of locality, a central assumption in the derivation of Bell's theorem. The necessary spacelike separation of the observations is achieved by sufficient physical distance between the measurement stations, by ultrafast and random setting of the analyzers, and by completely independent data registration. [S0031-9007(98)07901-0]



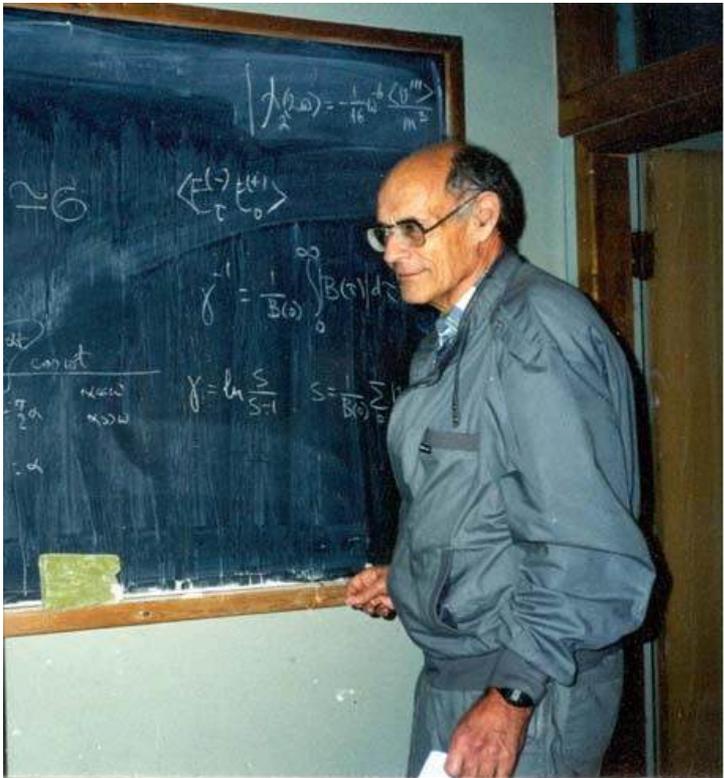
Ориентация поляризаторов переключалась случайным образом

# Experimental quantum teleportation

Dik Bouwmeester, Jian-Wei Pan, Klaus Mattle, Manfred Eibl, Harald Weinfurter & Anton Zeilinger

*Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstr. 25, A-6020 Innsbruck, Austria*

**Quantum teleportation—the transmission and reconstruction over arbitrary distances of the state of a quantum system—is demonstrated experimentally. During teleportation, an initial photon which carries the polarization that is to be transferred and one of a pair of entangled photons are subjected to a measurement such that the second photon of the entangled pair acquires the polarization of the initial photon. This latter photon can be arbitrarily far away from the initial one. Quantum teleportation will be a critical ingredient for quantum computation networks.**



Основоположник современной квантовой оптики

Д.Н. Клышко, Фотоны и нелинейная оптика

Предсказал эффект спонтанного параметрического рассеяния света. Рождение пары фотонов при освещении светом определенных веществ при выполнении определенных условий.

Фотоны рождаются в строго определенных направлениях со строго определенными частотами и поляризациями.

Направленное излучение, которое можно эффективно регистрировать.

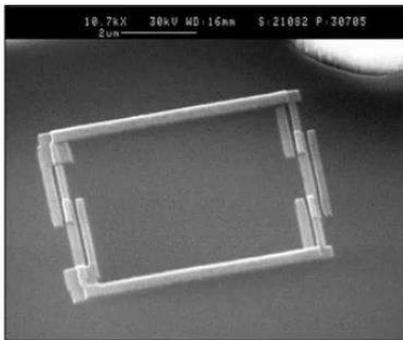
**Давид Николаевич Клышко  
(1929-2000)**

Эффект предсказан в 1967 году, наблюдали в 1968

Зельдович Б.Я., Клышко Д.Н.. Статистика поля при параметрической люминесценции // Письма в ЖЭТФ, том 9, вып. 1, (1969)

Хорошими источниками являются квантовые точки – за счет возбуждения и переизлучения.

# Основные платформы для реализации кубитов



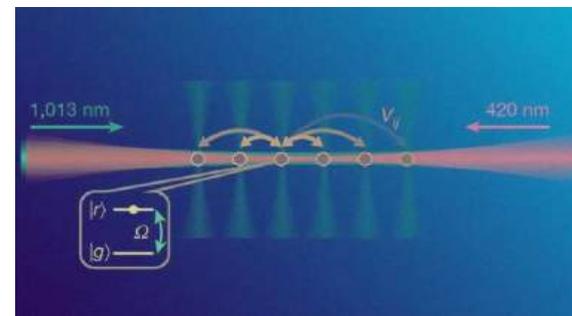
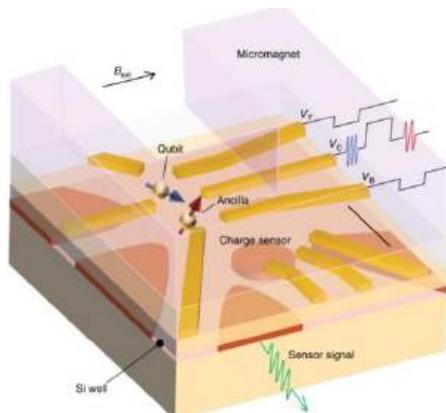
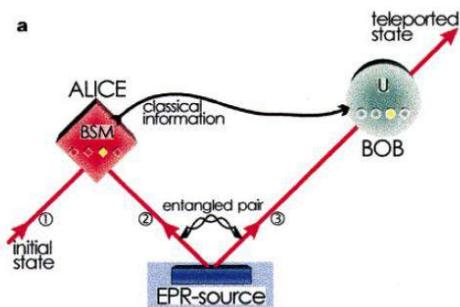
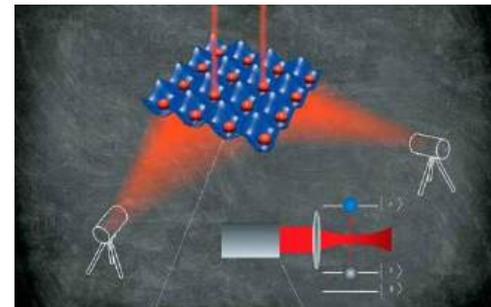
- Сверхпроводниковые кубиты

- Ультра-холодные атомы в оптических ловушках

- Ионы в оптических ловушках

- Оптические кубиты

- Полупроводниковые кубиты



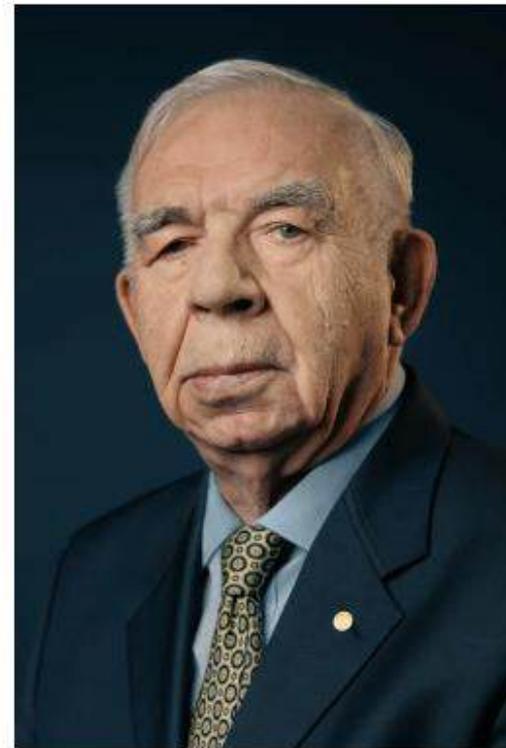
# **Квантовые точки и нобелевская премия по химии 2023 года за открытие и синтез квантовых точек**



© Nobel Prize Outreach. Photo:  
Clément Morin  
**Moungi G. Bawendi**  
Prize share: 1/3



© Nobel Prize Outreach. Photo:  
Clément Morin  
**Louis E. Brus**  
Prize share: 1/3



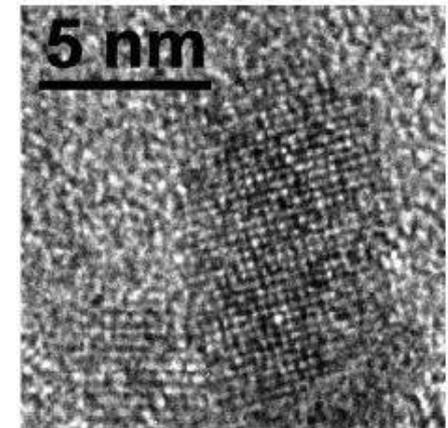
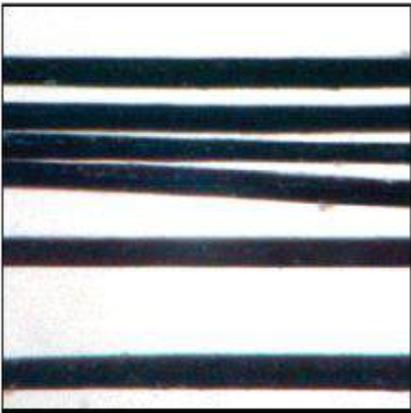
© Nobel Prize Outreach. Photo:  
Clément Morin  
**Aleksey Yekimov**  
Prize share: 1/3

---

The Nobel Prize in Chemistry 2023 was awarded to Moungi G. Bawendi, Louis E. Brus and Aleksey Yekimov "for the discovery and synthesis of quantum dots"

# История

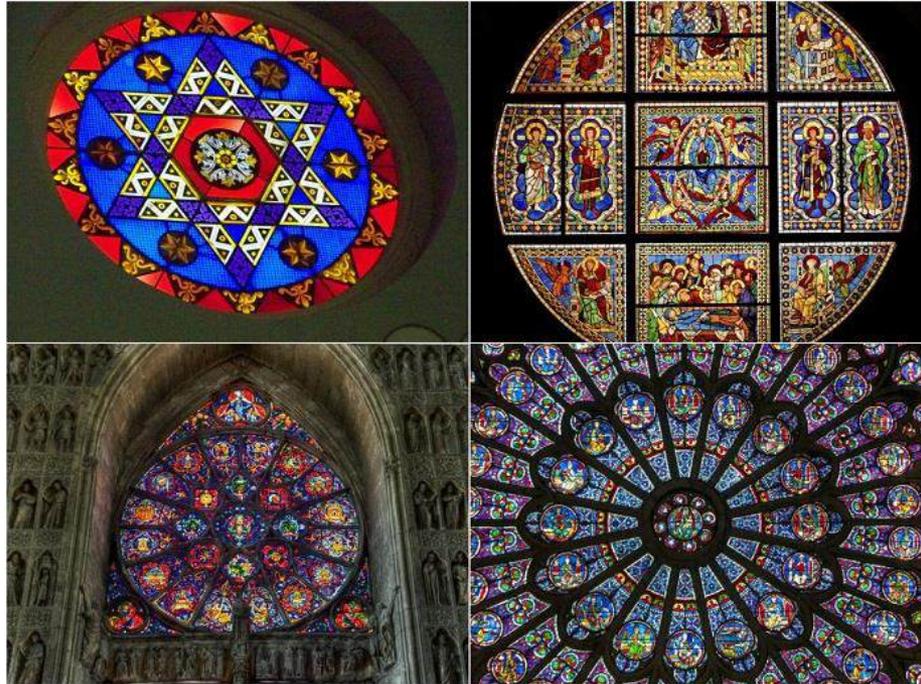
Одно из первых упоминаний о синтезе квантовых точек на основе PbS относится ко времени около 2000 лет назад. Греки и римляне использовали PbS, Ca(OH)<sub>2</sub> и воду для окраски волос. В результате в волосах образовывались нанокристаллы.



P. Walter et.al., *Nano Lett.*, **6**, 2215, (2006)

# История

Наличие квантовых точек различного размера в силикатных стеклах в средние века позволяло изменять цвет стекла (витражи в соборах).



CdS и CdSe добавляли в силикатное стекло для получения желто-красного цвета. В 1932 году – подтверждение с помощью дифракции рентгеновских лучей.

H.P. Walter Rocksby, *J. Soc. Glass Technol.*, **16**, 171, (1932)

В начале 1980-х годов А.И. Екимову и А.А. Онущенко впервые удалось обнаружить квантово-размерный эффект в спектрах поглощения CuCl и CdS нанокристаллов, стабилизированных в стеклах. Продемонстрирован голубой сдвиг в оптическом спектре нанокристаллов CuCl (сдвиг линии поглощения экситона на 0.1 эВ с изменением размера нанокристалла).

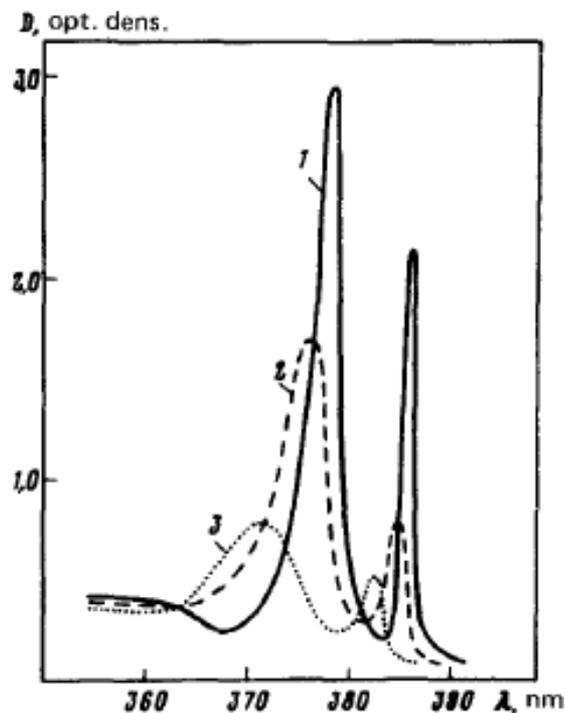


FIG. 2. Absorption spectra at  $T=4.2$  K of samples having microscopic CuCl crystals with different average radii. 1— $\bar{r}=310$  Å; 2— $\bar{r}=100$  Å; 3— $\bar{r}=25$  Å.

А.И. Екимов, А.А. Онущенко, *Физика и химия стекла*, **6** (4), 511, (1980)  
А.И. Екимов, А.А. Онущенко, *JETP Letters*, **34**, 345, (1981)

В 1982 году Ал. Л. Эфрос и А.Л. Эфрос показали, что осцилляции в спектре межзонного поглощения нанокристаллов CdS в твердой диэлектрической матрице обусловлены размерным квантованием энергетических состояний электронов и дырок из-за ограничения их движения конечными размерами нанокристалла.

Постулат о возможности использования квантово-размерного эффекта для изменения цвета стекла, варьируя размер или состав  $\text{CdS}_x\text{Se}_{x-1}$ .

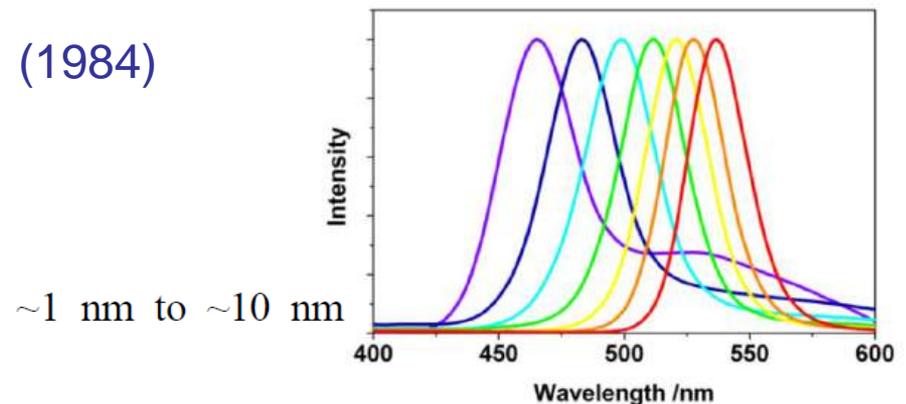
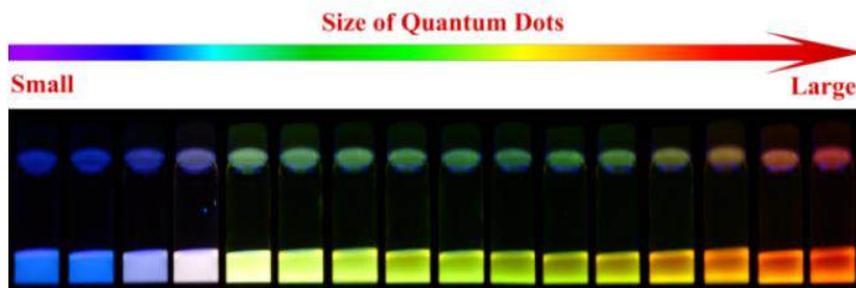
Ал.Л. Эфрос, А.Л. Эфрос, *ФТП*, **16** (5), 1209, (1982)

Первые работы по синтезу коллоидных квантовых точек.

E. Matijevic, W.D. Murphy, *J. Col. Interface Science*, **86**, 476, (1982)

D.M. Wilhelmi, E. Matijevic, *J. Chem. Soc. Faraday Transactions 1: Phys. Chem. in Cond. Phases*, **80**, 563, (1984)

R. Rosetti, et.al., *J. Chem. Phys.*, **80**, 4464, (1984)



# Синтез квантовых точек

Методы синтеза квантовых точек:

**Эпитаксия** – рост кристаллов на подложке:

- Молекулярно-лучевая эпитаксия
- Электронно-лучевая литография
- Реактивное ионное травление
- Химическое травление

Основные недостатки: наличие примесей и структурное несовершенство

*A. Scherer, et.al., J. Vac. Sci. Technol. B, 5, 1599, (1987)*

**Коллоидный синтез:**

- Химические методы (wet-chemical method): микроэмульсии, золь гель, химия конкурентных реакций, разложение горячего раствора

Основные недостатки: высокие температуры, токсичность прекурсоров

*D. Bera, et.al., J. Phys. D, 19, 285702, (2008)*

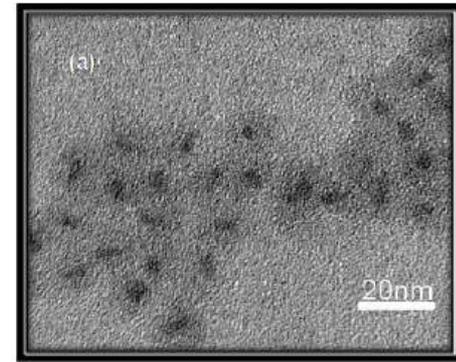
*C.B. Murray, et.al., J. Am. Chem. Soc., 115, 8706, (1993)*

# Типы квантовых точек

## Эпитаксиальные квантовые точки

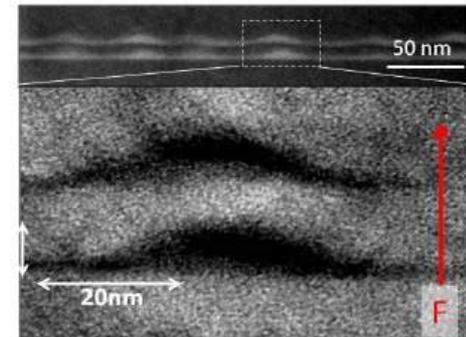
### 1. Планарные квантовые точки

- E.A. Stinaff, et al., *Science* **311**, 636 (2006)
- A.N. Vamivakas, et al., *Nat. Lett.* **467**, 297 (2007)



### 2. Вертикальные квантовые точки

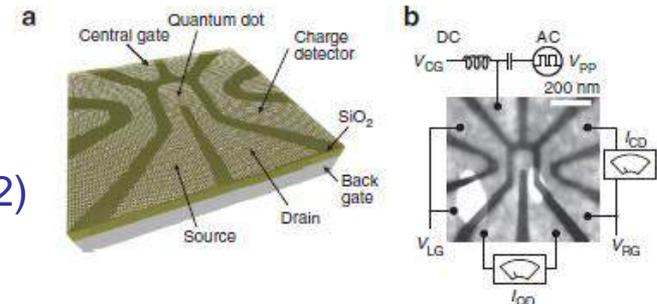
- G. Munoz-Matutano, et al., *Phys. Rev. B* **84**, 041308(R) (2011)
- J. Peng, G. Bester, *Phys. Rev. B* **82**, 235314 (2010)



## Коллоидные квантовые точки



## Наведенные квантовые точки



C. Volk et al., *Nature Comm.* **4**, 1753, (2013)

E. Matijevic, et al., *J. Col. Interface Science*, **86**, 476, (1982)

R. Rosetti, et al., *J. Chem. Phys.*, **80**, 4464, (1984)

## **Перепутанные состояния и их характеристики**

# Характеристики перепутанных состояний

Преимущества квантовых точек

1. Одиночный спин – это кубит
2. Наличие сильного кулоновского взаимодействия приводит к формированию перепутанности для основного состояния – наиболее легко достижимого в эксперименте
3. Можно изменять степень перепутанности

---

Перепутанность – свойство систем, состоящих из двух подсистем.  
Гильбертово пространство всей системы определяется, как тензорное произведение гильбертовых пространств подсистем.

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

C. H. Bennet, et.al., Phys. Rev. A 54, 3824 (1996)

# Характеристики перепутанных состояний

Для чистых состояний:

Чистое состояние является перепутанным тогда и только тогда, если его волновую функцию нельзя представить, как прямое произведение волновых функций чистых состояний его подсистем

$$Y_A \otimes Y_B$$

Каждое перепутанное чистое состояние нарушает неравенства Белла.

N. Gisin, Phys. Lett. A 154, 201 (1991)

Количественно перепутанность чистого состояния удобно измерять как

где  $E(Y) = S(\rho_A) = S(\rho_B)$

$$S(\rho) = -\text{Tr} \rho \log_2 \rho$$

редуцированная матрица плотности

$$\rho_A = \text{Tr}_B |Y\rangle\langle Y|$$

# Характеристики перепутанных состояний

Величина  $E$  изменяется в пределах от 0 (для состояния  $Y_A \otimes Y_B$ ) до  $\log_2 N$  для максимально перепутанного состояния двух частиц.

Свойства перепутанности:

1. Перепутанность независимых систем носит аддитивный характер
2. Перепутанность сохраняется при локальных унитарных операциях, т.е. при любом унитарном преобразовании  $U$ , которое может быть выражено как произведение унитарных операторов в отдельных подсистемах.
3. Математическое ожидание перепутанности не может быть увеличено локальными неунитарными операциями: если чистое состояние подвергается локальной неунитарной операции (например, измерению), что приводит к остаточным чистым состояниям с соответствующими вероятностями, то ожидаемая перепутанность оставшихся состояний не может превышать первоначальную степень перепутанности.

# Характеристики перепутанных состояний

Для смешанных состояний:

Смешанное состояние может появиться в системе, когда одна или несколько частей чистого состояния испытывает взаимодействие с другими степенями свободы, вызывающее неунитарную эволюцию чистого состояния в смешанное.

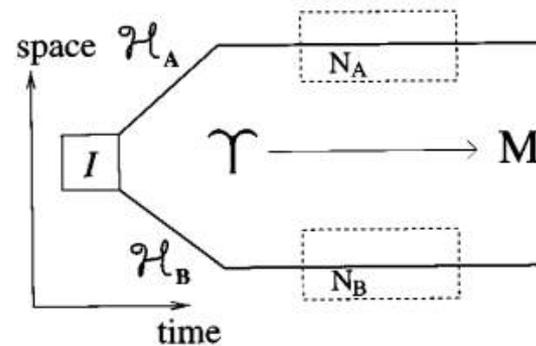


FIG. 1. Typical scenario for creation of entangled quantum states. At some early time and at location  $I$ , two quantum systems  $A$  and  $B$  interact [18], then become spatially separated, one going to Alice and the other to Bob. The joint system's state lies in a Hilbert space  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$  that is the tensor product of the spaces of the subsystems, but the state itself is not expressible as a product of states of the subsystems:  $Y \neq Y_A \otimes Y_B$ . State  $Y$ , its pieces acted upon separately by noise processes  $N_A$  and  $N_B$ , evolves into mixed state  $M$ .

# Характеристики перепутанных состояний

Concurrence – степень перепутанности (degree of entanglement). Перепутанное состояние характеризуется ненулевым значением concurrence.

W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. 80, 2245 (1998)

Для чистого состояния перпутанность

$$E(\psi) = \mathcal{E}(C(\psi))$$

где concurrence

$$C(\psi) = |\langle \psi | \tilde{\psi} \rangle|$$

Функция E определяется выражением

$$\mathcal{E}(C) = h\left(\frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2}\right);$$

$$h(x) = -x \log_2 x - (1 - x) \log_2(1 - x)$$

Волновая функция

$$|\tilde{\psi}\rangle = \sigma_y |\psi^*\rangle$$

# Характеристики перепутанных состояний

Для чистого смешанного состояния, при определении степени перепутанности нужно использовать формализм матрицы плотности

$$E(\rho) = \mathcal{E}(C(\rho))$$

в случае смешанного состояния

$$C(\rho) = \max\{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\}$$

где  $\lambda_i$  собственные значения матрицы

$$R \equiv \sqrt{\sqrt{\rho} \tilde{\rho} \sqrt{\rho}}$$

и

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$$

W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. 80, 2245 (1998)

# Характеристики перепутанных состояний

Примеры неперепутанных состояний:

$$|\Psi\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(|\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle)$$

Примеры перепутанных состояний:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle \pm |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Примером максимально перепутанных состояний являются белловские состояния

$$|e_1\rangle = \frac{1}{2}(|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle),$$

$$|e_2\rangle = \frac{1}{2}i(|\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\rangle),$$

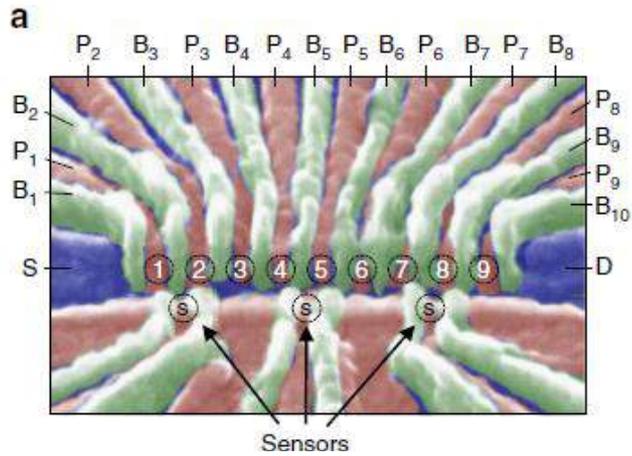
$$|e_3\rangle = \frac{1}{2}i(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle),$$

$$|e_4\rangle = \frac{1}{2}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle),$$

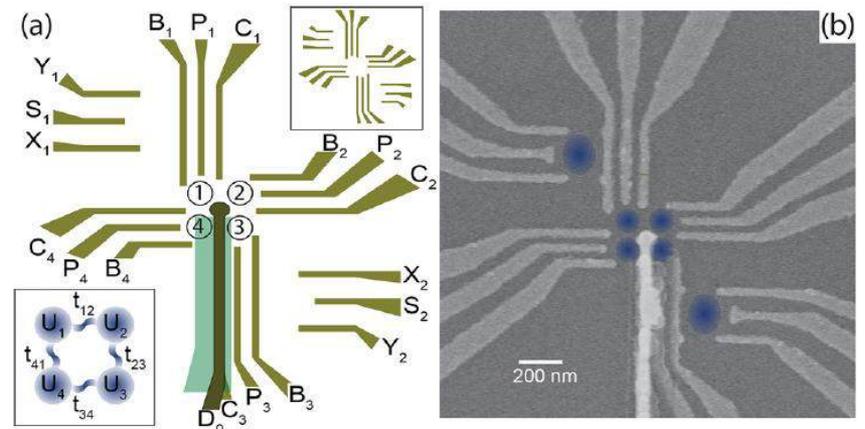
Суперпозиция перепутанных состояний не обязательно является перепутанной

## **Экспериментальные исследования перепутанных состояний в системах квантовых точек**

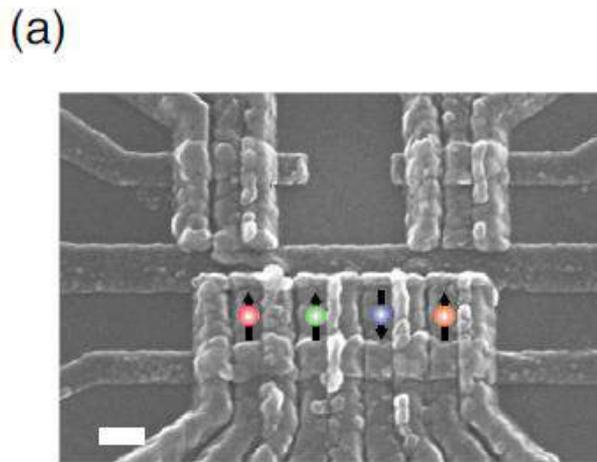
# Перепутанные состояния в квантовых точках



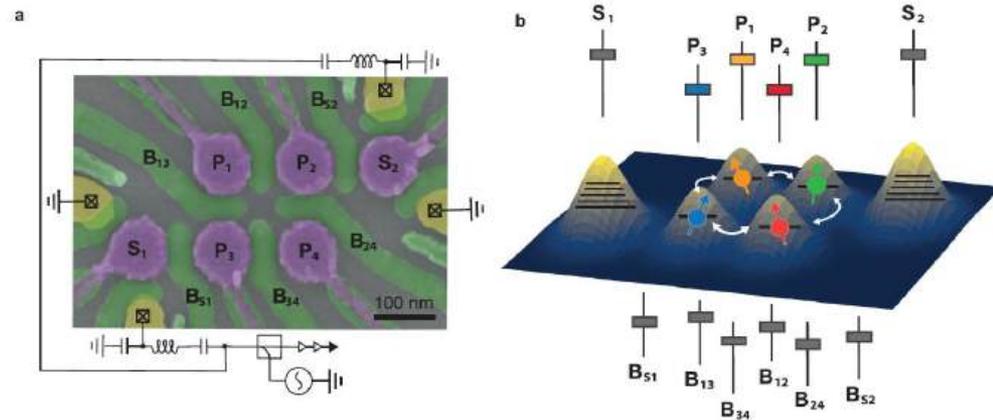
A.R. Mills, et.al. *Nature Comm.*, **10**, 1063 (2019)



U. Mukhopadhyay, et.al. *Appl. Phys. Lett.*, **112**, 183505 (2018)



H. Qiao, et.al. *Phys. Rev. Lett.*, **126**, 017701 (2021)



F. van Riggelen, et.al. *Appl. Phys. Lett.*, **118**, 044002 (2021)

## Quantum computation with quantum dots

Daniel Loss<sup>1,2,\*</sup> and David P. DiVincenzo<sup>1,3,†</sup>

<sup>1</sup>*Institute for Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, Santa Barbara, California 93106-4030*

<sup>2</sup>*Department of Physics and Astronomy, University of Basel, Klingelbergstrasse 82, 4056 Basel, Switzerland*

<sup>3</sup>*IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, P.O. Box 218, Yorktown Heights, New York 10598*

(Received 9 January 1997; revised manuscript received 22 July 1997)

We propose an implementation of a universal set of one- and two-quantum-bit gates for quantum computation using the spin states of coupled single-electron quantum dots. Desired operations are effected by the gating of the tunneling barrier between neighboring dots. Several measures of the gate quality are computed within a recently derived spin master equation incorporating decoherence caused by a prototypical magnetic environment. Dot-array experiments that would provide an initial demonstration of the desired nonequilibrium spin dynamics are proposed. [S1050-2947(98)04501-6]

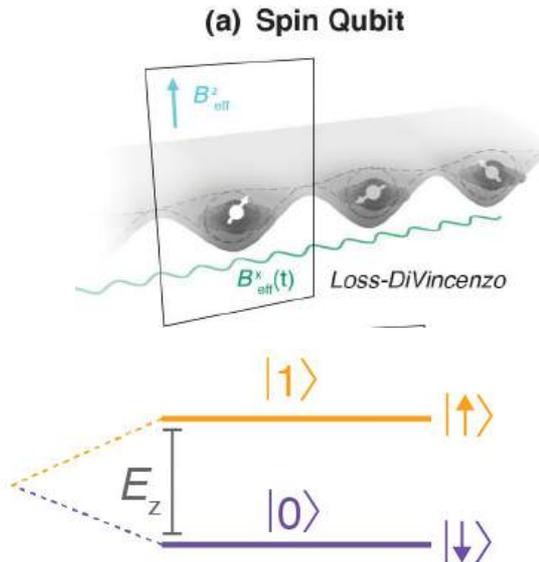
$$H_s(t) = J(t) \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2,$$
$$J(t) = 4t_0^2(t)/u$$

### Условия применимости описания:

- большое расстояние между одноэлектронными уровнями  $\Delta E \gg kT$ ,
- ограничения по скорости переключения параметров барьера  $\hbar/\Delta E$
- сильные кулоновские корреляции  $u > t_0(t)$
- большое время декогерентности

# Перепутанные состояния в квантовых точках

**кубит на спине одного электрона**  
(Loss-DiVincenzo single spin qubit)



**Формирование:**

- Инжекция поляризованных электронов в квантовую точку из ферромагнетика
- Статическое магнитное поле снимает вырождение, поперечное переменное магнитное поле осуществляет переключение между состояниями

D. Loss and D.P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998)

**Считывание:**

Измерение заряда. Туннельный барьер с возможностью управления параметрами (спиновый фильтр). Электронметр с высоким разрешением ( $10^{-8}$  заряда электрона).

M. Devoret, et.al., Nature **360**, 547 (1992)

G. Burkard, et.al., Rev. Mod. Phys. **95**, 025003 (2023)

## Coupled quantum dots as quantum gates

Guido Burkard\* and Daniel Loss†

*Department of Physics and Astronomy, University of Basel, Klingelbergstrasse 82, CH-4056 Basel, Switzerland*

David P. DiVincenzo‡

*IBM Research Division, Thomas J. Watson Research Center, P.O. Box 218, Yorktown Heights, New York 10598*

(Received 3 August 1998)

In addition to a well-defined qubit, we also need a controllable “source of entanglement,” i.e., a mechanism by which two specified qubits at a time can be entangled<sup>26</sup> so as to produce the fundamental quantum XOR [or controlled-NOT] gate operation, represented by a unitary operator  $U_{\text{XOR}}$ .<sup>27</sup> This can be achieved by temporarily coupling two spins.<sup>11</sup> As we will show in detail below, due to the Coulomb interaction and the Pauli exclusion principle the ground state of two coupled electrons is a spin singlet, i.e., a highly entangled spin state. This physical picture translates into an exchange coupling  $J(t)$  between the two spins  $S_1$  and  $S_2$  described by a Heisenberg Hamiltonian

$$H_s(t) = J(t) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2. \quad (1)$$

Обменное взаимодействие можно варьировать за счет внешних полей, поджимая волновую функцию или вводя расстройку уровней энергии. Для переключения кубита требуется 20 псек и 1Тл при расстоянии между точками в 30 нм.

Для набора квантовых точек можно обойтись одним полем, проводя переключение<sup>36</sup> в определенной области пространства, перегоняя туда кубит.

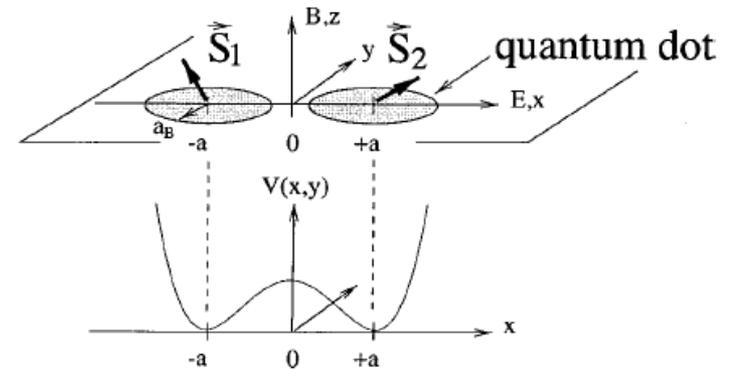
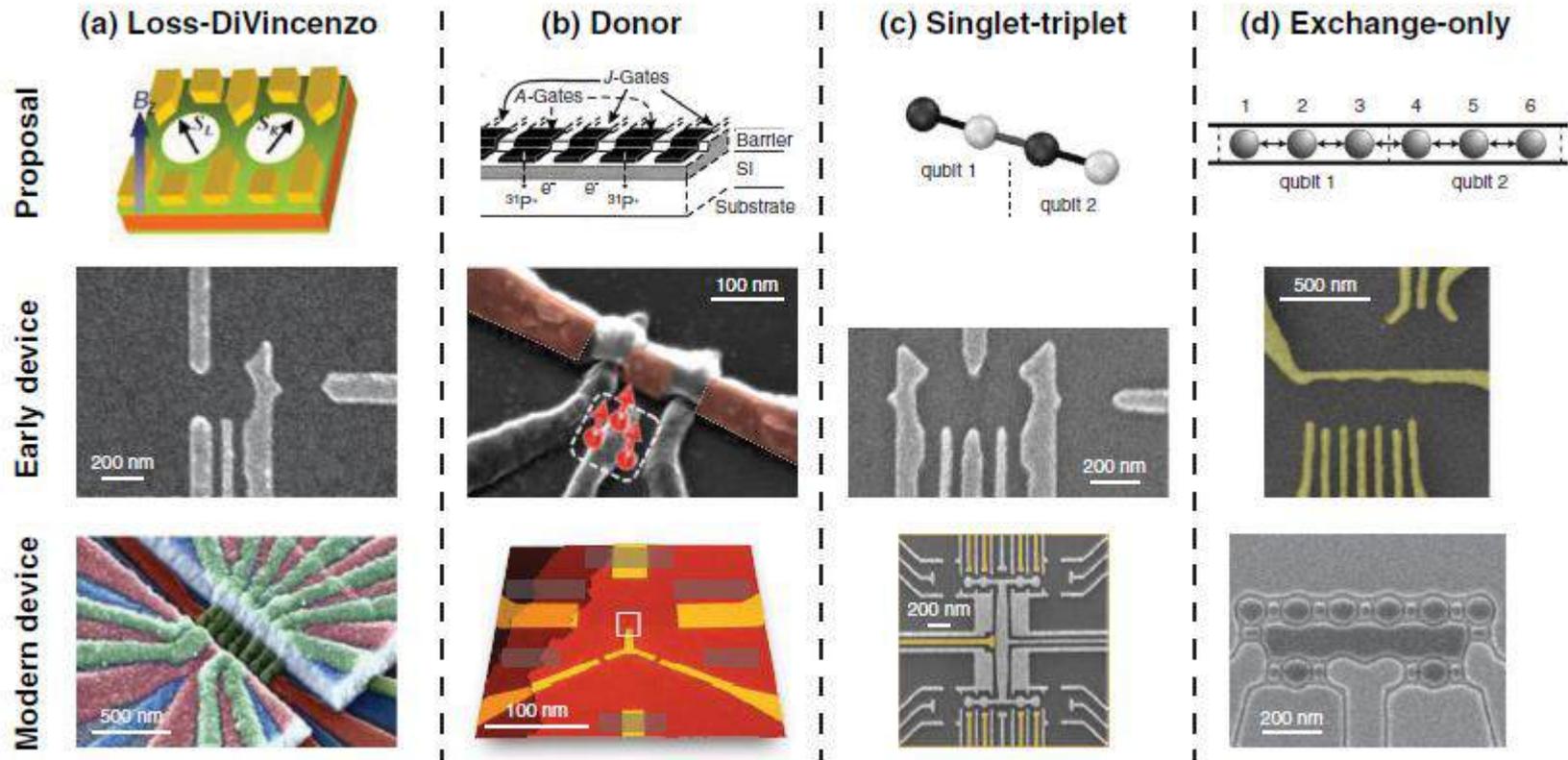


FIG. 1. Two coupled quantum dots with one valence electron per dot. Each electron is confined to the  $xy$  plane. The spins of the electrons in dots 1 and 2 are denoted by  $S_1$  and  $S_2$ . The magnetic field  $B$  is perpendicular to the plane, i.e., along the  $z$  axis, and the electric field  $E$  is in plane and along the  $x$  axis. The quartic potential is given in Eq. (3) and is used to model the coupling of two harmonic wells centered at  $(\pm a, 0, 0)$ . The exchange coupling  $J$  between the spins is a function of  $B$ ,  $E$ , and the interdot distance  $2a$ .

# Основные типы кубитов в квантовых точках



- кубит на спине одного электрона (Loss-DiVincenzo single spin qubit)
- кубит на спине донора (Donor spin qubit)
- синглет-триплетный спиновый кубит (ST spin qubit)
- спиновый кубит на обменном взаимодействии (EO spin qubit)

# Передача кубитов в пространстве

Квантовая передача информации была достигнута в спиновых кубитах путем перемещения электронов с использованием электрических импульсов, поверхностных акустических волн, операций обмена спинами.

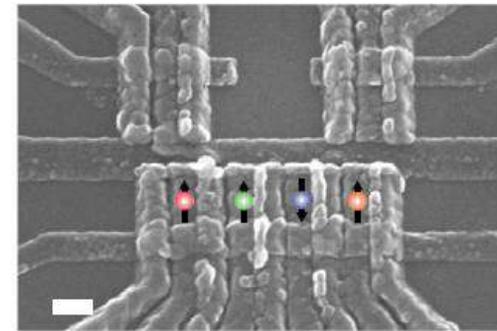
T. Nakajima, et al., *Nat. Commun.* **9**, 2133 (2018)

B. Bertrand, et al., *Nat. Nanotechnol.* **11**, 672 (2016)

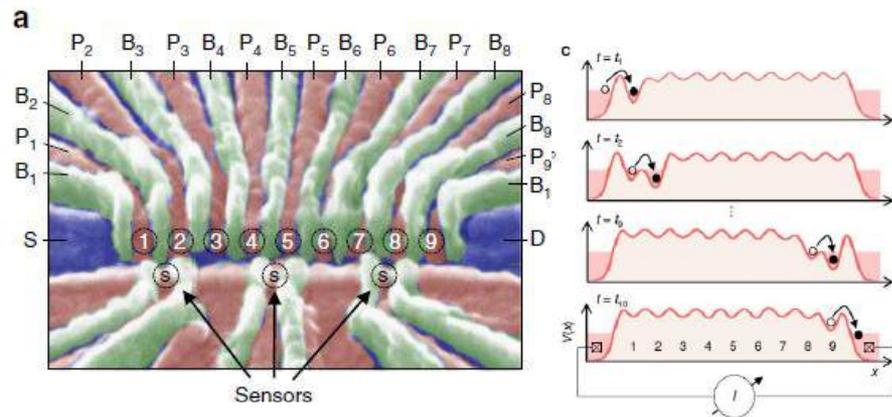
A.J. Sigillito, et.al., *npj Quantum Inf.* **5**, 110 (2019)

T.A. Baart, et.al., *Nat. Nanotechnol.* **12**, 26–30 (2017)

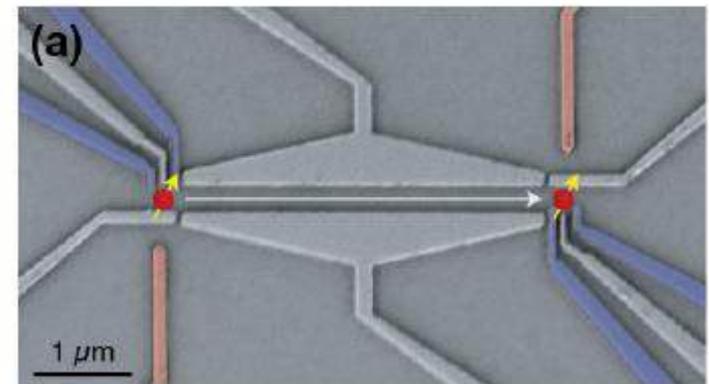
(a)



H. Qiao, et.al. *Phys. Rev. Lett.*, **126**, 017701 (2021)



A.R. Mills, et.al. *Nature Comm.*, **10**, 1063 (2019)



B. Bertrand, et.al. *Nat. Nanotechnol.* **11**, 672 (2016)

# Альтернативные системы для формирования кубитов и ограничения на существование кубитов

- Квантовые точки в углеродных нанотрубках (длинные времена спиновой декогерентности электронов)

F.S. Kueemeth, et al., Nature 452, 448 (2008)

- Спин-орбитальные кубиты (контроль за состоянием одиночных спинов с помощью спин-орбитального взаимодействия. Анизотропия g-фактора у взаимодействующих квантовых точек)

S. Nadj-Perge, et al., Phys. Rev. Lett. 108, 166801 (2017)

- Кубиты на спиновых состояниях дырок в Si и Ge/GeSi (длинные времена спиновой релаксации, сильное спин-орбитальное взаимодействие, маленькие эффективные массы в плоскости, слабое сверхтонкое взаимодействие)

G. Scappucci, et. al., Nat. Rev. Mater. 6, 926 (2021)

Проблемы:

- Дефазировка за счет сверхтонкого взаимодействия
- Шумы (зарядовый)
- Релаксация за счет взаимодействия с фононами

# Основные типы кубитов в квантовых точках

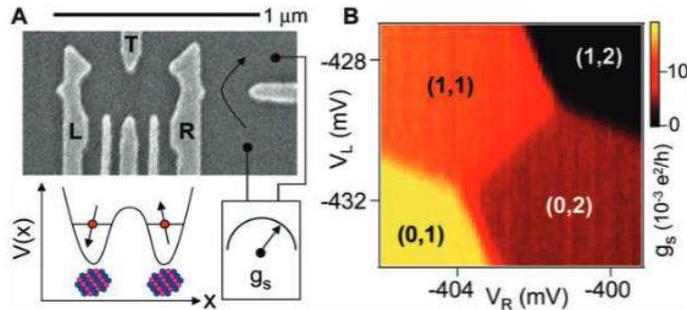
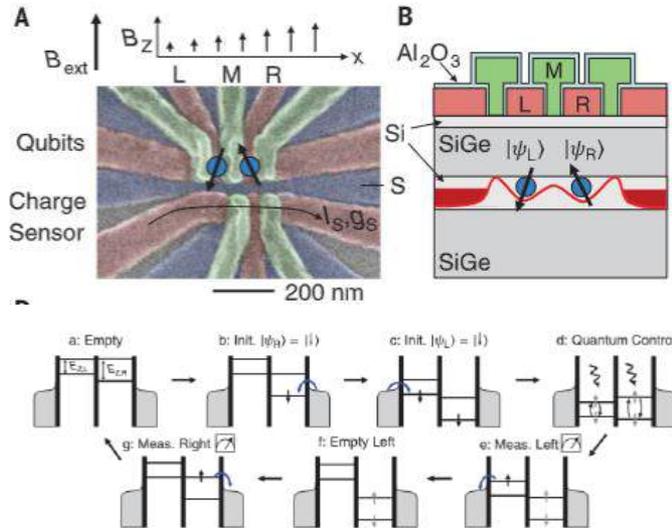


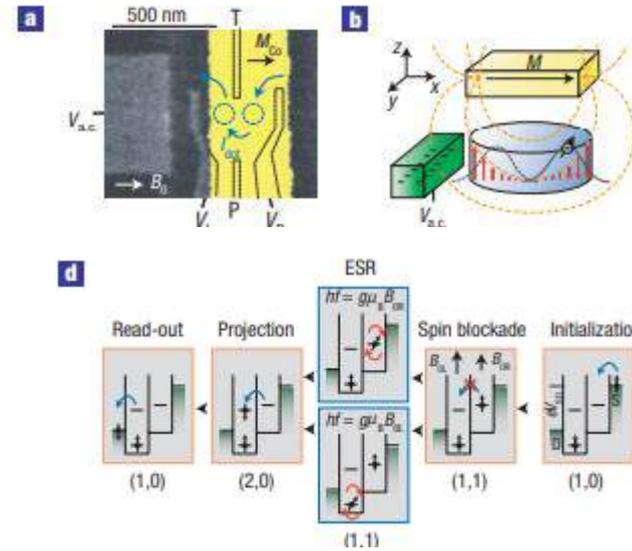
Fig. 1. (A) Scanning electron micrograph of a sample identical to the one measured, consisting of electrostatic gates on the surface of a two-dimensional electron gas. Voltages on gates L and R control the number of electrons in the left and right dots. Gate T is used to adjust the interdot tunnel coupling. The quantum point contact conductance  $g_s$  is sensitive primarily to the number of electrons in the right dot. (B)  $g_s$  measured as a function of  $V_L$  and  $V_R$  reflects the double-dot charge stability diagram (a background slope has been subtracted). Charge states are labeled  $(m, n)$ , where  $m$  is the number of electrons in the left dot and  $n$  is the number of electrons in the right dot. Each charge state gives a distinct reading of  $g_s$ .

J.R. Petta, et.al., Science **309**, 2180 (2005)



control sequence. (D) DQD energy level configuration at each point in the pulse sequence. Points a to c are used to initialize the system in  $|\downarrow\downarrow\rangle$ . Single-qubit and two-qubit gates are implemented at point d. Sequential single-shot spin state readout is achieved by navigating from point e to point g.

D.M. Zajac, et.al., Science **359**, 439 (2018)



**Figure 1 Device and read-out scheme.** a, Scanning electron micrograph of a device similar to the one used in the experiment. The Ti-Au gates (light grey) are deposited on top of a GaAs-AlGaAs heterostructure containing a two-dimensional electron gas 90 nm below the surface. The 70-nm-thick cobalt micromagnet (artificially coloured in yellow) is isolated from the gate structure by an 80-nm-thick calixarene insulating layer. Gates covered by the cobalt are outlined for clarity. The barriers separating the dots from each other and the reservoirs are tuned using the P and T gates. Blue arrows indicate the current flow through the two quantum dots quantum-dot Zeeman fields  $B_{L,R}$ . d, The sequential flow of electrons at spin blockade. This cycle can be described via the occupations  $(N_L, N_R)$  of the left and right dots as  $(1, 0) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 0) \rightarrow (1, 0)$ . Starting from  $(1, 0)$ , an electron tunnels from the source to form the  $(1, 1)_+$  triplet state. The electron in the right dot cannot tunnel to the left dot because of the Pauli exclusion principle and transport is blocked. With ESR, the electron on the right dot can tunnel to the left dot to form the  $(2, 0)$  state. One of the two electrons then tunnels out to the drain to complete the cycle, yielding a finite leakage current. e, Stability diagram measured

M. Pioro-Ladriere, et.al., Nat. Phys. **4**, 776 (2008)

## **Управление степенью перепутанности в связанных квантовых точках**

# Модель коррелированных связанных квантовых точек при симметричном подключении резервуара

$$\hat{H}_{dot} = \sum_{l=1,2,\sigma} \varepsilon_l \hat{n}_{l\sigma} + \sum_{l=1,2,\sigma} U_l \hat{n}_{l\sigma} \hat{n}_{l-\sigma} + T(\hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{2\sigma} + \hat{c}_{2\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma})$$

$$\hat{H}_{tun} = \sum_{k\sigma} t_{k1} (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} + \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}) + \sum_{p\sigma} t_{k2} (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{2\sigma} + \hat{c}_{2\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma})$$

$$\hat{H}_{res} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k \hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$$

Пустой резервуар

$$\frac{\varepsilon_{s(a)} - \varepsilon_F}{\Gamma} \gg 1$$

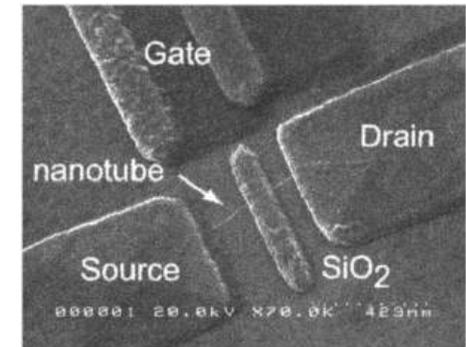
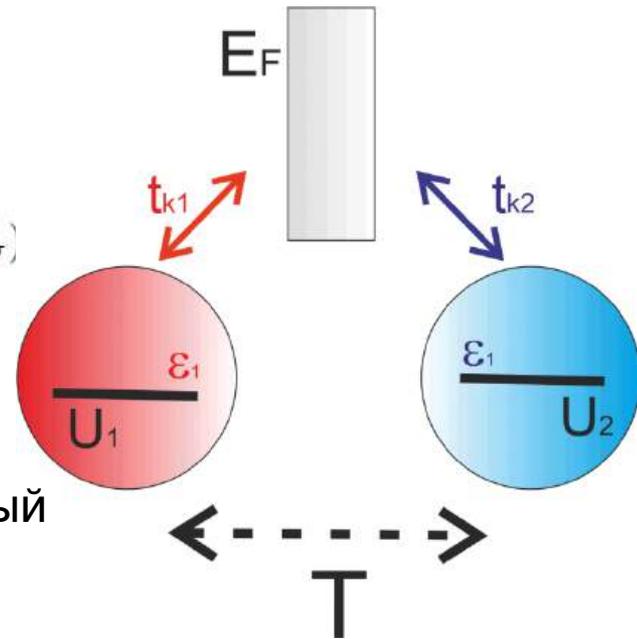
Частично заполненный резервуар

$$\frac{|\varepsilon_{s(a)} - \varepsilon_F|}{\Gamma} \gg 1$$

$$\varepsilon_s < 0, \varepsilon_a > 0$$

Методы решения:

- уравнения движения для чисел заполнения
- уравнения движения для псевдочастичных чисел заполнения



# Волновые функции и энергии одноэлектронных и многоэлектронных состояний

Одночастичные состояния

$$\Psi_i^\sigma = \mu_i \cdot |0 \uparrow\rangle|00\rangle + \nu_i \cdot |00\rangle|0 \uparrow\rangle$$

$i=a,s$

$$\varepsilon_{a(s)} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4} + T^2}$$

Двухчастичные состояния  
с противоположными спинами

$$T_0, S_0, T_0^*, S_0^*$$

$$\Psi_j^{\sigma-\sigma} = \alpha_j \cdot |\uparrow\downarrow\rangle|00\rangle + \beta_k \cdot |\downarrow 0\rangle|0 \uparrow\rangle + \gamma_j \cdot |0 \uparrow\rangle|\downarrow 0\rangle + \delta_j \cdot |00\rangle|\uparrow\downarrow\rangle.$$

$$T^+ = |\uparrow 0\rangle|\uparrow 0\rangle$$

Двухчастичные состояния с одинаковыми спинами  $T^+, T^-$

$$T^- = |\downarrow 0\rangle|\downarrow 0\rangle$$

Трехчастичные состояния

$$\Psi_m^{\sigma\sigma-\sigma} = p_m |\uparrow\downarrow\rangle|\uparrow 0\rangle + q_m |\uparrow 0\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$$

$$m = \pm 1$$

$$\varepsilon_m = \frac{3\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + U_1 + U_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(3\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + U_1 + U_2)^2}{4} + T^2}$$

Четырехчастичные состояния

$$\Psi_n = |\uparrow\downarrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle.$$

# Перепутанные состояния в коррелированных квантовых точках (пустой резервуар)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \hat{n}_{11}^{\sigma} &= -\Gamma(\hat{n}_{21}^{\sigma} + \hat{n}_{12}^{\sigma}) + iT(\hat{n}_{21}^{\sigma} - \hat{n}_{12}^{\sigma}) - 2\Gamma\hat{n}_{11}^{\sigma} \\ \frac{\partial}{\partial t} \hat{n}_{21}^{\sigma} &= -\Gamma(\hat{n}_{11}^{\sigma} + \hat{n}_{22}^{\sigma}) + iT(\hat{n}_{11}^{\sigma} - \hat{n}_{22}^{\sigma}) - i(\xi - 2i\Gamma)\hat{n}_{21}^{\sigma} \\ &\quad - iU_{11}n_{21}^{\sigma}n_{11}^{-\sigma} + iU_{22}n_{21}^{\sigma}n_{22}^{-\sigma}, \end{aligned}$$

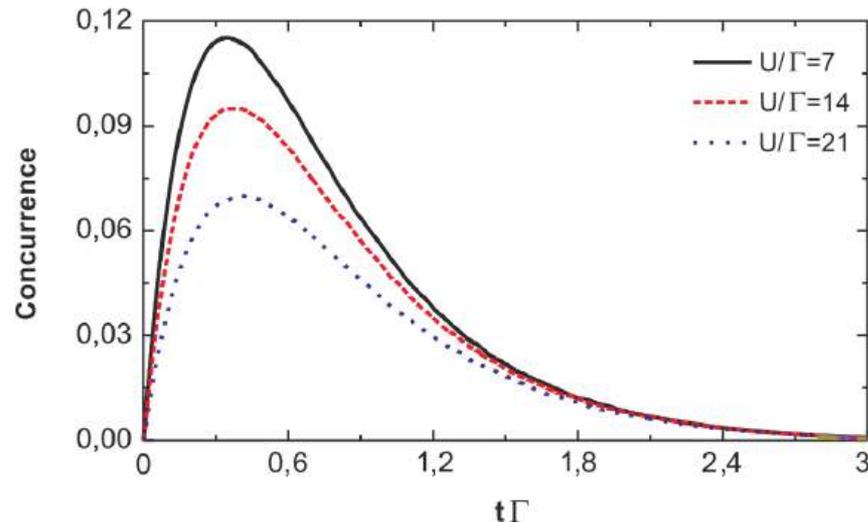
$$K_{lr'l'r'}^{\sigma\sigma'} = \langle c_{l\sigma}^+ c_{r\sigma} c_{l'\sigma'}^+ c_{r'\sigma'} \rangle$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \hat{\mathbf{K}} = [\hat{\mathbf{K}}, \hat{H}] + \{\hat{\mathbf{K}}, \hat{\Gamma}\}$$

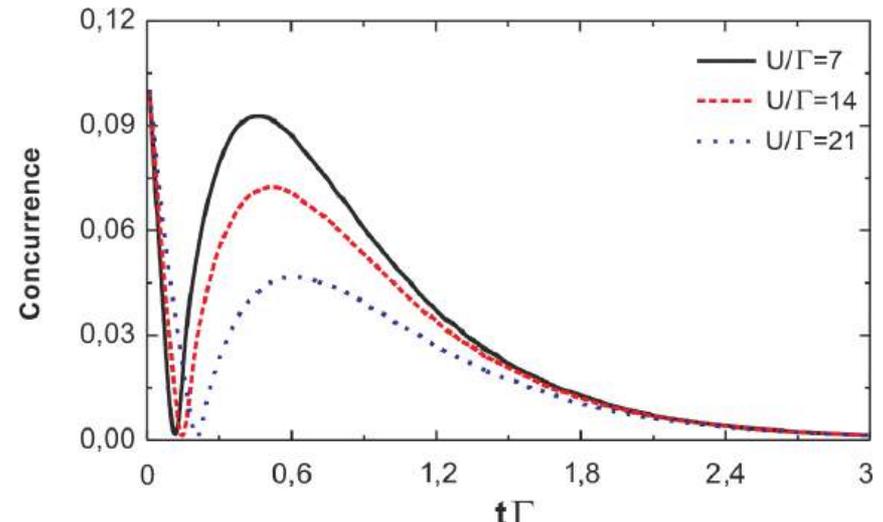
Для произвольного смешанного состояния двух коррелированных квантовых точек, степень перепутанности  $C$  может быть выражена через среднее значение комбинации парных корреляционных функций  $C = \max\{0, \langle \hat{K}' \rangle\}$

$$\hat{K}' = \hat{K}_{1111}^{\sigma-\sigma} + \hat{K}_{1221}^{\sigma-\sigma} + \hat{K}_{2112}^{\sigma-\sigma} + \hat{K}_{2222}^{\sigma-\sigma}$$

$$\hat{K}' |\Psi_j^{\sigma\sigma'}\rangle = |\tilde{\Psi}_j^{\sigma\sigma'}\rangle$$



$$N_S(0) = 0.5, N_T(0) = 0.5$$



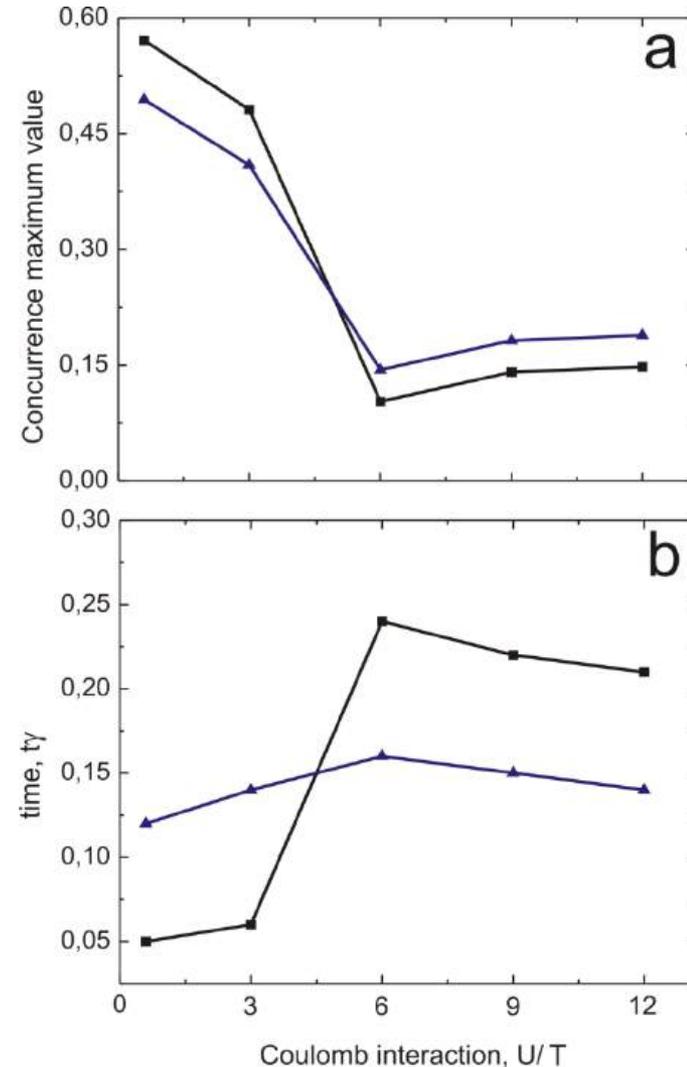
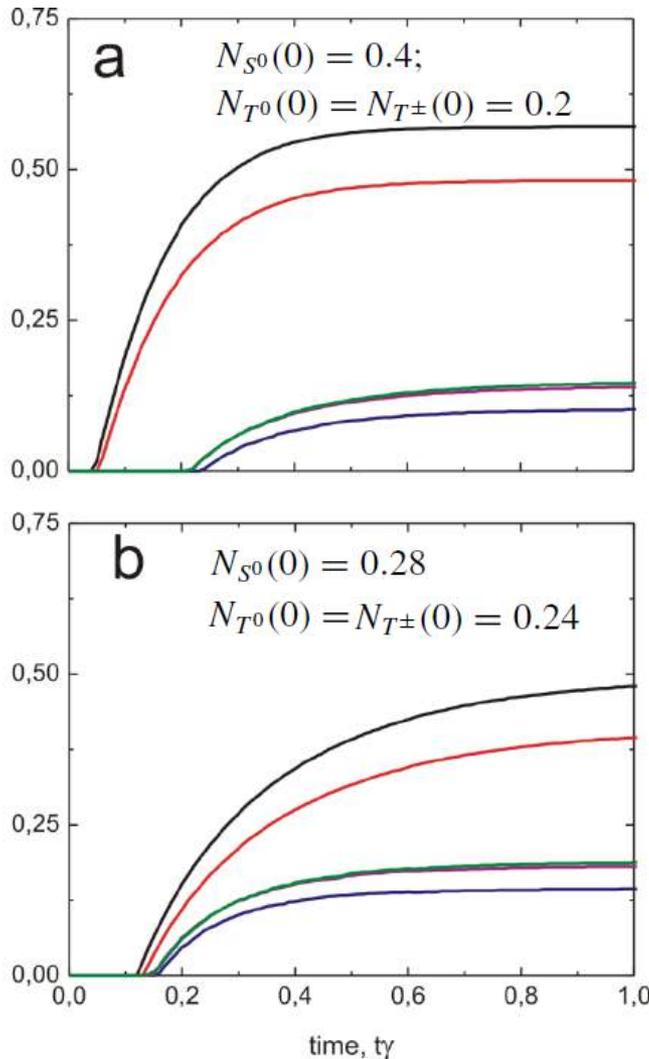
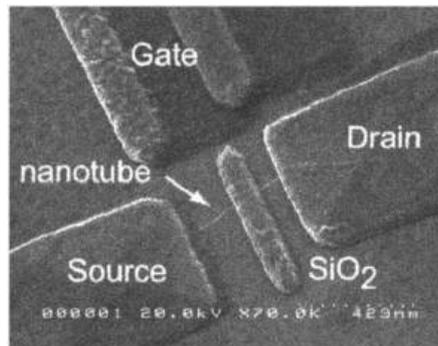
$$N_S(0) = 0.55, N_T(0) = 0.45$$

# Перепутанные состояния в коррелированных квантовых точках (заполненный резервуар)

$$F = \langle S_1(t) \cdot S_2(t) \rangle = -\frac{3}{4} \cdot N_{S^0} + \frac{1}{4} \cdot (N_{T^0} + N_{T^+} + N_{T^-})$$

$$C = \max\{0, -2F - \frac{1}{2}\}$$

$U/T=0.65$ ;  
 $U/T=3.0$ ;  
 $U/T=6.5$ ;  
 $U/T=10$ ;  
 $U/T=13.0$



**Н.С. Маслова**

МГУ имени М.В. Ломоносова



**П.И. Арсеев**

ФИАН РАН



# Выводы

- Продемонстрирована возможность увеличения степени перепутанности двух-электронных состояний в коррелированных квантовых точках в процессе временной эволюции.
- Степенью перепутанности можно управлять изменяя величину взаимодействия между квантовыми точками.
- Перепутанные состояния можно передавать в пространстве.
- Перепутанные состояния имеют разную степень устойчивости к флуктуациям.

**Спасибо за внимание!**